N° d'ordre . 65

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

POUR L'OBTENTION

DU TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

Roger BREPSON

INGÉNIEUR E. C. L.
LICENCIÉ ÈS SCIENCES

1re THÈSE - Détermination des contraintes dans les massifs de base d'un barrage à contreforts.

2e THÈSE - Propositions données par la Faculté.

soutenues le 12 Novembre 1952, devant la Commission d'Examen

MM. EYRAUD	Président
MALECOT	Membres du Jury
PENNANEAC'H	Membres du Jury
MONFAGNON	Membres du Jury

N° d'ordre: 65

THESES

présentées

A LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE LYON

pour l'obtention

du titre d'INGENIEUR-DOCTEUR

par

Roger BREPSON

Ingénieur E. C. L.

Licencié ès Sciences

------:------

Première thèse

DETERMINATION DES CONTRAINTES DANS LES MASSIFS DE BASE D'UN BARRAGE A CONTREFORTS

Deuxième thèse

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

Soutenue le 12 Novembre 1952, devant la commission d'examen

MM. EYRAUD Président

MALECOT)
PENNANEAC'H)Membres du Jury
MONFAGNON)

R. UNIV BIBLIOTHEEK LEIDEN

UNIVERSITE DE LYON - FACULTE DES SCIENCES

Doyen honoraire

M. LONGCHAMBON

Professeurs honoraires

MM. VESSIOT
DULAC
VANEY

MM. MEUNIER L.
SIRE
FROMAGEOT

MM. LOCQUIN
De LARAMBERGUE

Doyen

M. DOUIN

Assesseur

M. EYRAUD

Professeurs

MM. LONGCHAMBON, Minéralogie
DOUIN, Botanique
DEJARDIN, Physique générale
SOLLAUD, Zoologie
THIBAUD, Physique atom.
EYRAUD, Calcul diff. & int.
THORAL, Géologie
DOEUVRE, Chimie organique
CORDIER, Physiologie

MM. PRETTRE, Chimie industrielle
KUHNER, Botanique
COURTY, Chimie-Physique
MALECOT, Mécanique ration.
PARIS, Chimie minérale
AUMERAS, Chimie
BERNARD, Physique
VIRET, Géologie
COLONGE, Chimie

Maître de Conférences honoraire

M. MOURIER DES GAYETS

Maîtres de Conférences

MM. MEUNIER P. Chim. biol.
GILLES, Botanique
JANIN, Physique
MOUSSA, Physique
NIGON, Zoologie

Mme CHAIX, Chim. Physiologique
MM. MENTZER, Chim. biologique
WAUTIER, Zoologie
BRACONNIER, Mathématiques
CUEILLERON, Chimie

Chargés de cours complémentaires

MM. DUFAY, Astron.& Phys. sup.
PIERRON, Chimie
GARRIGUES, Botanique
Mme FIASSON, Zoologie
MM. GAUTHIER H. Géologie
MESNARD, Physique
PENNANEAC'H, Mathématiques

MM. GAUTHIER J. Chimie
STRIFFLING, Météorologie
PELLETIER, Géologie
MAZENOT, Géologie
MURET, Botanique
FIASSON, Zoologie
TRANCHAT, Physique

Secrétaire

M. ROUX

A Monsieur P. LEMAIRE

Ancien Directeur de l'Ecole Centrale de LYON
Professeur à l'Institut des Matériaux
Professeur à l'Ecole Supérieure d'Armement

Hommage respectueux d'un élève reconnaissant

A MES PARENTS

A TOUS CEUX QUI ME SONT CHERS

En témoignage de reconnaissance et d'affection

A V A N T - P R O P O S

Le présent travail a été effectué dans les Laboratoires de l'Ecole Centrale Lyonnaise, et dans les Laboratoires Nationaux des Ponts et Chaussées à Paris.

Avant de l'exposer, qu'il nous soit permis de remercier Monsieur le Professeur EYRAUD, titulaire de la chaire de Calcul Différentiel et Intégral, pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant la présidence de notre Jury.

Nous adressons l'expression de notre vive reconnaissance à Monsieur CLERGUE, Ingénieur Sous-Directeur de l'Ecole, pour la bienveillance et l'intérêt qu'il a portés à nos travaux.

Nos remerciements vont également à Monsieur RORIVE, Directeur technique des Usines S.I.G.M.A., et à ses ingénieurs, Messieurs NEY et LANSARD.

Parallèlement, en ce qui concerne la deuxième phase de l'Etude, nous remercions la Compagnie Industrielle de Travaux (Entreprises SCHNEIDER), dans la personne de son Ingénieur en chef, Monsieur LEBEL, pour les facilités qu'elle nous a accordées; Monsieur l'Inspecteur Général CHARRUAUD pour la sagesse de ses conseils, et Monsieur l'Ingénieur en chef BERNARD, chef du Laboratoire de photoélasticité, dont l'attitude compréhensive a grandement contribué à la mise au net de nos travaux.

Je tiens au bas de cette page, à mettre en relief la collaboration dévouée et hautement qualifiée de Monsieur BAULARD, professeur adjoint technique de l'Ecole Centrale Lyonnaise, qui a bien voulu se charger de la construction de l'appareillage nécessaire.

o

o o

INTRODUCTION

L'historique de la théorie des barrages fait apparaître deux périodes au cours desquelles les types de barrage sont très différents.

L'étude de SAZILLY devait introduire une discipline nouvelle. Avant SAZILLY, les critères des projets étaient établis sur la stabilité extérieure seulement; on devait assurer la stabilité contre le renversement et contre le glissement des fondations servant de base, sans tenir aucun compte des conditions de tensions internes dans le bloc. Par conséquent, il était tout naturel que les vieux barrages espagnols et français aient présenté des sections rectangulaires ou trapézoïdales.

SAZILLY a introduit un nouveau critère: l'intensité de la tension de l'ouvrage, le barrage étant considéré comme une poutre d'égale résistance, sa largeur a été en diminution croissante depuis le niveau des fondations, où la pression de l'eau et le moment présentaient un maximum, jusqu'au sommet où ils disparaissaient.

"Le GOUFFRE D'ENFER", premier barrage construit sur ce principe nouveau, permit de réaliser près de 50% d'économie si on le compare aux projets anciens.

L'importance de la découverte ne fit pourtant pas connaître SAZILLY du grand public qui tourna son attention vers d'autres inventeurs qui introduisaient le diagramme de tension trapézoïdale de NAVIER.

Il est étonnant que les progrès de la science pure n'aient pu conférer à l'art de construire des lignes pures et légères avant le 20ème siècle.

Dans la période s'étendant de 1870 à 1890, on a conçu couramment des barrages qui, selon la méthode de SAZILLY, offraient une certaine tension sur la face amont. Cette méthode de construction provoqua plusieurs échecs dont le plus retentissant fut occasionné par la rupture du barrage de BOUZEY, survenue en 1895.

.....

Quelques mois plus tard, le Maître Maurice LEVY (1), proposait que l'effort de compression sur la face amont ne devait pas être inférieur à la pression hydraulique sur le même plan, critère très populaire parmi les projeteurs français.

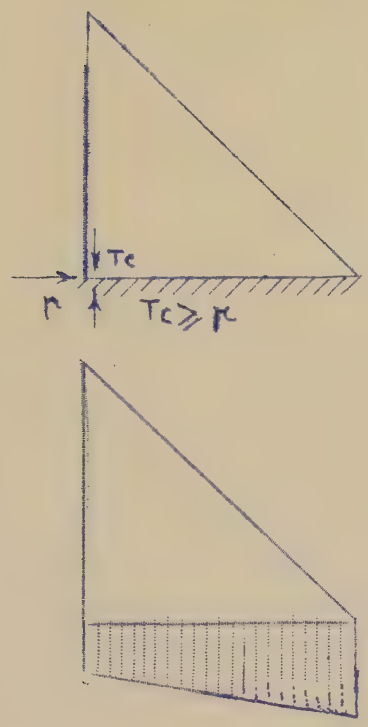


Fig. 1

Il consistait à augmenter l'angle de la sous tangente du profil triangulaire élémentaire.

On a tendance à considérer aujourd'hui le diagramme de tension trapézoïdal de SAZILLY comme un critérium concernant l'étude d'un barrage inférieur à 50 mètres environ, sur le plan de la théorie pure.

Il semble que deux courants d'idées se soient manifestés:

- l'un (2) a pour point de départ la notion des"joints obliques" qui ont remplacé dans l'analyse théorique les sections horizontales de SAZILLY et DELOCRE.

- l'autre a préconisé l'introduction de l'élasticité mathématique pure dans la théorie du barrage.

En 1908, MOHR signala qu'une fois trouvé les genres de courbes et d'équations qui déterminent les tensions dans un système de joints, les schémas de tensions de tous les autres systèmes, pouvaient être déterminés directement. Il montra également que la loi trapézoïdale était la seule.

Entre temps, Maurice LEVY avait trouvé un nouveau champ d'applications mathématiques des équations différentielles classiques, de l'élasticité à deux dimensions :

.....

---

(1) Dans une note adressée à l'Académie des Sciences.
(2) Avec BOUVIER (joints perpendiculaires à la direction de la résultante)
Guillemain, Pelleteau et Clevenad
Maurice Lévy a étudié les joints perpendiculaires à la face aval, Résal utilisa enfin jusqu'en 1920 des joints obliques perpendiculaires à la bissectrice de l'angle de la sous-tangente.

$$\frac{dny}{dy} + \frac{dt}{dx} = - W$$

$$\frac{dnx}{dx} + \frac{dt}{dy} = 0$$

W = poids.

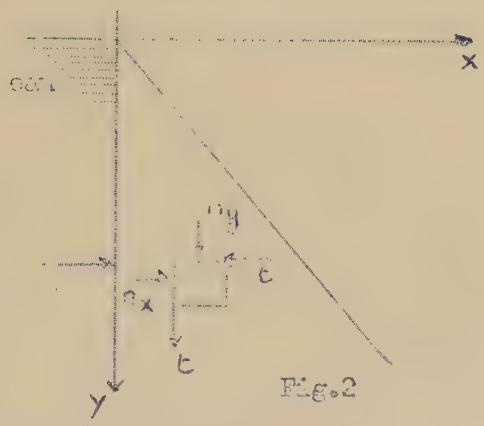


Fig.2

La composante du poids est nulle sur ox.

Il a montré que dans un barrage de section triangulaire idéale, soumis au poids de sa structure et à la pression de l'eau, les tensions normales, à des plans horizontaux et verticaux, ny et nx, et les tensions de cisaillement tx = ty = t, étaient les fonctions linéaires de x et de y.

MITCHELL et FILLUNGER ont porté plus loin l'analyse, afin d'englober les tensions dues au poids de l'élargissement des travaux de maçonnerie dont on avait besoin au sommet du triangle, pour supporter la chaussée. Les efforts dûs à ces deux causes n'étaient plus linéaires. Cependant, KAMULLER a montré plus tard que ces intensités non linéaires d'effort secondaire, diminuaient rapidement d'importance, du sommet à la base du barrage.

Il restait cependant un autre facteur important dont jusqu'alors il n'avait pas été tenu compte: l'action élastique des fondations.

L'attention a été attirée sur ce point par la controverse qui eut lieu en ce temps là (1ère décade de notre siècle) entre ATCHERLEY et PEARSON d'une part, et un groupe d'Ingénieurs sous la direction du professeur UNWIN, et de Sir BENJAMIN BAKER, d'autre part.

Les expériences de WILSON et GORE ont présenté un intérêt particulier, dont la validité et l'importance sont restées incontestées.

La figure 5 représente les résultats des essais sur modèle de WILSON et GORE.

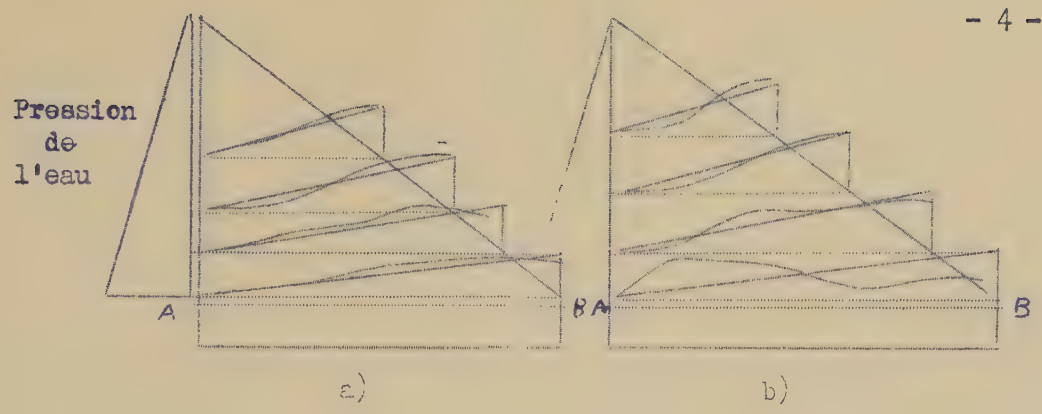


Fig.3

Note : La répartition des contraintes expérimentales est représentée par les traits forts. Les traits fins ont été ajoutés pour faciliter la comparaison avec la répartition théorique.

Dans le croquis a), le cisaillement appliqué artificiellement sur la face inférieure du profil triangulaire, est conforme aux résultats de LEVY et de SAZILLY.

La coïncidence des schémas de tensions de cisaillement, obtenus par l'expérience et représentés sur ce plan avec la répartition de la tension linéaire, est une preuve frappante de la théorie.

Cette preuve confirme que toutes les tensions se conforment à la théorie de SAZILLY, dans le cas idéal d'un barrage de hauteur indéfinie.

Le second schéma est peut-être encore plus frappant.

Dans ce schéma, les résistances au cisaillement sur les fondations, ont été intentionnellement disposées de façon telle qu'elles soient diamétralement opposées à celles de SAZILLY, mais, néanmoins, les influences perturbatrices cessent d'être actives à proximité même de leur origine.

Le caractère de la résistance des fondations d'un barrage ne représente donc qu'un effet local.

o

o o

.....

PREMIERS EFFORTS VISANT A LA SOLUTION DU PROBLEME DE FONDATIONS DU BARRAGE

En ce qui concerne les fondations elles-mêmes, la distribution des tensions sur la base du barrage est évidemment le facteur le plus important et le plus déterminant.

La première tentative consacrée à ce problème a été celle de RICHARDSON en 1910, la théorie de l'élasticité a resservi à certains égards, les tensions ont été exprimées par une fonction unique "F", fonction de tension d'AIRY, encore appelée "Equation de compatibilité élastique".

$$\Delta^2 F = d^2 \frac{\Delta F}{dx^2} + d^2 \frac{\Delta F}{dy^2}$$

ou encore : $$\frac{d^4 F}{dx^4} + \frac{2\, d^4 F}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 F}{dy^4} = 0$$

si on se réfère aux équations de LEVY

$$n_y = \frac{d^2 F}{dx^2} - wy$$

$$n_x = \frac{d^2 F}{dy^2}$$

$$t = \frac{d^2 F}{dx\, dy}$$

Il semble que la formule d'AIRY ait été appliquée pour la première fois par MITCHELL.

Ils ont obtenu (fig. 4) la distribution suivante pour le barrage d'ASSOUAN.

.....

Fig. 4 Distribution à la base d'un barrage d'après RICHARDSON -1910 a)
d'après WILLIAM & GORE b)

Il est à noter qu'en 1914, WOLF publiait l'intégration de $\Delta^4 F$. Afin de traiter le cas de façon analytique, WOLF pose en première simplification, que les fondations soient constituées par des milieux totalement rigides, ce qui est faux, car les matériaux sur lesquels on édifie un barrage lourd, sont habituellement de même ordre d'élasticité que ceux utilisés pour sa construction (Nous reviendrons sur ce point - Cf. les dispositions adoptées pour l'encastrement de la tranche expérimentale représentant notre ouvrage).

Méthode de JACOBSEN.

Au cours des années qui suivirent plus ou moins immédiatement la publication des articles de RICHARDSON et WOLF, la répartition de la tension curvilique sur les fondations d'un barrage s'est trouvée être le centre d'une attention soutenue de la part d'analystes tels que RESAL, VOGT, etc....

La tentative faite par B.E. JACOBSEN pour appliquer ce qu'on appelle la "méthode de RITZ", paraît digne de mention.

Prenons une fonction quelconque choisie arbitrairement :

$$Ny = f\,(x, y, a, b, c, \ldots)$$

dans laquelle Ny représente comme auparavant la tension normale sur des plans horizontaux, et,

x et y les coordonnées cartésiennes du point,

tandis que,

a, b, c, sont un certain nombre de paramètres.

.....

Nous insistons spécialement sur le fait que le choix de la fonction f est quelconque.

La marche à suivre est la suivante :

- d'après les conditions limites - telles par exemple, l'intensité, la nature et la répartition de la charge, les conditions de fixation, etc..., nous pouvons déterminer les deux autres composantes de la tension (Nx et tx = ty), et un certain nombre de paramètres que nous appellerons a, b, c,.....

Les paramètres restants f, g, etc... sont ensuite trouvés d'après le principe du moindre travail (1).

L'écriture symbolique de la solution est :

$$\frac{dT}{df} = 0 \qquad \frac{dT}{dg} = 0 \text{ (V. Théorème de Ménabréa)}$$

dans laquelle T est le travail interne de la déformation élastique :

$$T = \frac{1}{2\,G} \iiint \frac{n^2 x + n^2 y}{2} - \frac{Nx + Ny}{2\,\sigma + 1 + t}\, dx\ dy\ dz$$

G étant le coefficient de rigidité,
m le rapport de Poisson,

de sorte que : $G = \dfrac{m\ E}{2\ (m+1)}$

En faisant l'intégration, et en résolvant les équations, on peut déterminer les paramètres inconnus.

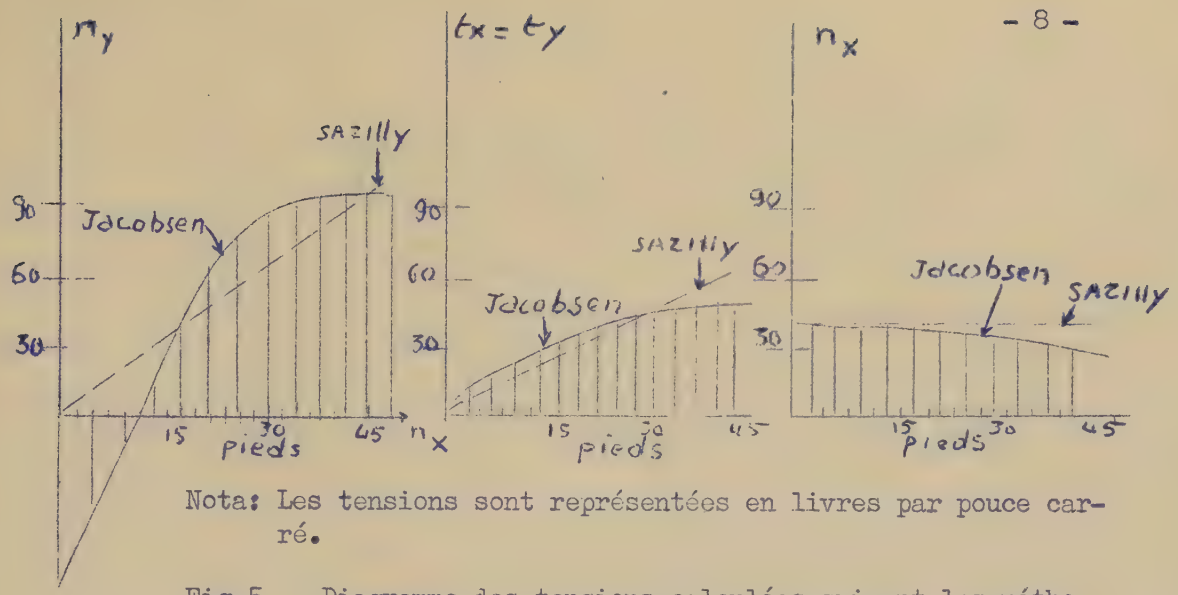
JACOBSEN prit: $Ny = Ay + Bx + \dfrac{Cx^2}{y} + F\,\dfrac{x^3}{y^2}$ comme base de sa solution.

Fig. 5 sont représentées les valeurs de Ny
tx = ty
et Nx

.....

---

(1) Nous rappelons (voir causeries au Laboratoire du Professeur LEMAIRE), qu'il existe trois principes fondamentaux régissant les phénomènes de la Nature. Ce sont :
- le principe de la conservation de l'énergie.
- le principe de l'évolution.
- le principe de moindre action.



Nota: Les tensions sont représentées en livres par pouce carré.

Fig.5 - Diagramme des tensions calculées suivant les méthodes de JACOBSEN et de SAZILLY.

TOUTES DERNIERES RECHERCHES CONCERNANT LES TENSIONS :

On ne peut pas passer sous silence, même dans la plus brève des récapitulations de la théorie moderne des barrages, une autre application des fonctions d'AIRY, telle qu'elle a été présentée dans un article de M. BRAHTZ "The Stress function and Photo-Elasticity applied to Dams".

On a pu dire de ces résultats, par la suite, dans des rapports techniques qui font hautement autorité, qu'ils étaient "ce qui avait été fait de mieux".

M. BRAHTZ a calculé les tensions par l'équation composée :

$$F = \sum Fn$$

dans laquelle:

Fn représente un certain nombre de fonctions d'AIRY, qui correspondent aux divers effets particuliers dont dépend la stabilité élastique du barrage et de ses fondations.

Parmi ces fonctions :

$$F_1 = - \frac{P\,(x^3k^3 + 2y^3 - 3\,xy^2k)}{6k^3}$$

P : pression

$$F_2 = \frac{(K^2 - 2)\,vy^3 + 3\,vk\,xy^2}{6k^3}$$

v : poids

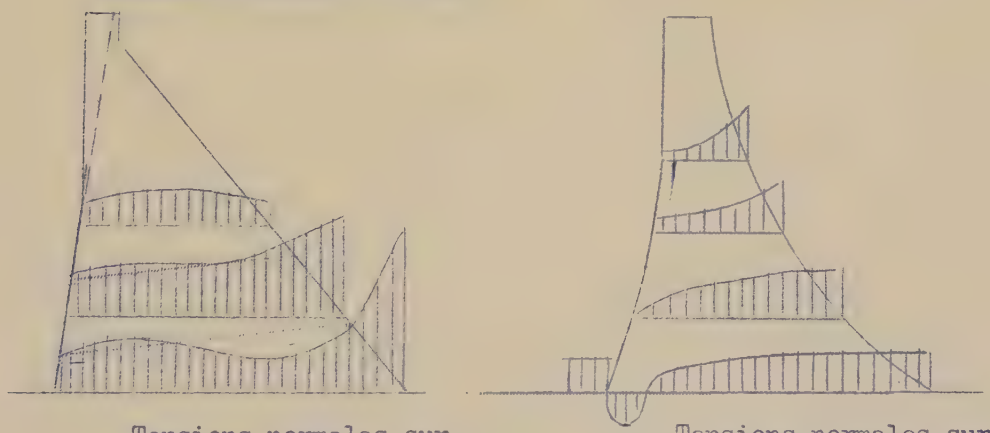
.....

donnent les tensions de SAZILLY-LEVY, pour la pression de l'eau et le poids de l'ouvrage.

De ce fait, il s'ensuit que cette recherche est un autre exemple qui relève de cette catégorie de méthodes dans lesquelles les effets secondaires sont superposés à la solution fondamentale de SAZILLY.

Les effets disparaissent à peu près complètement dans la partie supérieure du barrage, mais ils sont plus prononcés dans les fondations.

Les résultats qu'a obtenus BRATZ pour le barrage de MORRIS en Californie, sont représentés figure 6 à côté des expériences de WILSON et GORE.



Tensions normales sur les plans horizontaux d'après BRAHTZ

Tensions normales sur les plans horizontaux d'après WILSON et GORE

Fig. 6 - Tensions normales d'après BRAHTZ, WILSON et GORE.

<u>Valeur spéculative des essais de modèles à échelle réduite et dispositifs envisagés.</u>

WILSON et GORE, et, dans son expérience bien connue, Karl PEARSON, réalisèrent les pressions hydrauliques par un système de poids appliqués, soit directement, soit au moyen de câbles; FILLUNGER montra cependant qu'une partie de la force hydraulique totale, à cause de l'eau qui filtrait dans la maçonnerie, devait être considérée comme incorporée au barrage, et devant être jugée comme une force matérielle, telle que, par exemple: la gravité, les attractions électriques et magnétiques.

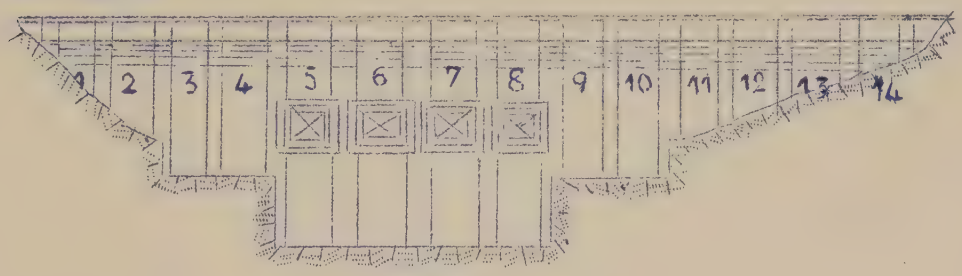
.....

Cette conception nouvelle a changé sensiblement les conceptions élastiques du problème mathématique, et a nécessité par la suite une autre répartition des charges.

L'auteur n'a eu aucunement l'intention de critiquer le principe des essais de modèles en tant que tels. Ces expériences peuvent servir à des fins extrêmement utiles dans les diverses branches de travaux de recherches. On serait cependant dans l'erreur si l'on pensait que le volume des informations recueillies puisse jamais se comparer intégralement à celui que l'on obtiendrait sur des ouvrages réels.

L'ouvrage sur lequel porte notre étude est un barrage en alignement droit, à contreforts massifs séparés par des évidements comportant quatre pertuis centraux, munis de vannes secteurs assurant l'évacuation des eaux de crue; quatre pertuis intermédiaires, répartis symétriquement par rapport aux pertuis centraux, et s'appuyant symétriquement sur des pertuis latéraux de moindre importance, distribués comme suit: deux en rive gauche et quatre en rive droite.

Les fondations du barrage sont constituées par un radier représentant une série de redans, comme le présente le schéma ci-dessous



L'étude présentée ne portera que sur les pertuis intermédiaires 3 et 4. L'obturation des évidements de ces pertuis est assurée:

- dans la moitié supérieure de la retenue par des écrans verticaux en béton armé au-dessus de la cote 148 (v. plan n°1 hors texte).
- dans la partie inférieure, les écrans s'arrêtent sur des massifs de base en béton non armé, présentant à l'amont une paroi plane, et à l'aval, en coupe horizontale, une

.....

courte voûte prolongée jusqu'aux piles par des plans divergents; les données de notre étude sont relevées ultérieurement sur une section des pertuis, établie à la cote 145, cote de fondations; le plan des plus hautes eaux est 166,50; le couronnement est à la cote 168.

Les caractéristiques que l'on peut tirer du plan sont les suivantes:

- Masque en béton armé présentant une série de redans allant de 1m10 à 2m.

- Fruit au pied du parement amont de 0,05.

- Largeur du couronnement 11m,50.

- Fruit du parement aval 0,80.

- Plan des plus hautes eaux aval: 142,00.

- Encastrement du masque: 8m.

- Evacuation des crues par quatre pertuis de 9m x 7m, munis de vannes à segment; cote de seuil de ces pertuis: 137,50.

- Joints de contraction ménagés dans une pile sur deux.

- Les piles sont de section horizontale rectangulaire et ne présentent des arrondis, du côté amont, qu'à l'entrée des pertuis évacuateurs de crues.

- Les massifs établis entre les piles ont, dans les pertuis évacuateurs, 6 mètres d'épaisseur minimum, et leur partie supérieure est profilée transversalement en forme de bulbe, afin d'assurer l'écoulement des crues dans des conditions aussi favorables que possible.

- Dans les massifs latéraux, ces massifs de base ont 4 mètres d'épaisseur minimum.

- Les piles, ainsi que les massifs de base des pertuis centraux et latéraux, sont en béton non armé. Le pont route, les écrans obturant la partie supérieure des pertuis, la poutre de roulement du portique de manutention et l'entretoise située vers la mi-hauteur aval des pertuis centraux, sont en béton armé.

.....

PROGRAMME D'ETUDES :

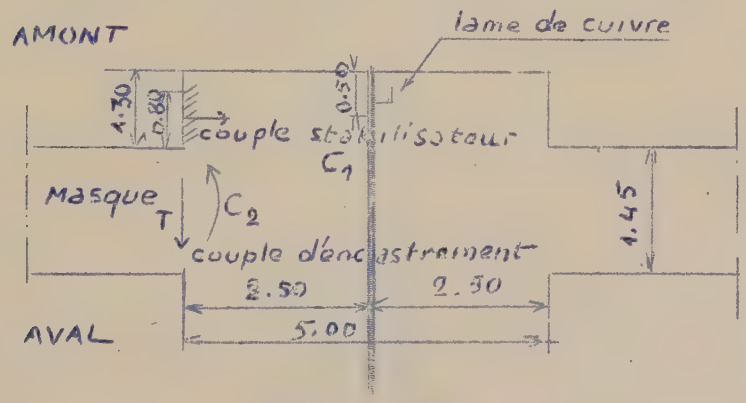
a) Nous avons procédé à l'étude de la stabilité des piles centrales.

La stabilité de chacune des autres piles, et plus spécialement le comportement de la section de transition de la pile 3-4, entre l'écran supérieur en béton armé, et le massif inférieur.

Les piles côté rive gauche sont symétriques, et leur stabilité se présente dans les mêmes conditions.

b) Nous avons vérifié la résistance aux effets de torsion de la partie amont des piles comportant un joint de contraction. Sous l'effet de la poussée de l'eau, un couple de torsion s'exerce à l'encastrement de l'écran en béton armé dans une pile.

Lorsque la pile ne comporte pas de joint, les deux couples de torsion agissant de part et d'autre de la pile s'équilibrent; de même les poussées de l'eau sur les parements latéraux de la tête de pile s'équilibrent. Il n'en est plus de même lorsque la pile comporte un joint. Ce dernier est étanché par une lame de cuivre placée à 0m,50 de l'extrémité amont de la pile. La poussée de l'eau sur le parement latéral de la demi-pile crée alors dans la partie en aval du joint, un couple de torsion de sens opposé à celui du couple engendré par la poussée de l'eau sur l'écran.



PILE 40-44
coupe à 160.00

.....

Les dimensions de la saillie des piles, en amont de l'écran, ont été déterminées de manière que les contraintes résultant de l'antagonisme de ces deux couples, soient très faibles, et qu'il soit inutile d'armer le béton des piles.

c) Calculs de résistance à différentes hauteurs de l'écran en béton armé réunissant les piles dans la partie supérieures du barrage.

Ces trois premières études ont pu être traitées par le calcul, et sont mentionnées ci-dessus pour mémoire.

d) ETUDE DE LA REPARTITION DES CONTRAINTES AU VOISINAGE DU RADIER DANS LES MASSIFS DE BASE D'UN PERTUI.

Cette dernière étude fait l'objet de notre thèse.

Les données de notre étude sont relevées sur la base des pertuis à la cote 145. Le plan des plus hautes eaux est à 166,50. La forme des massifs de base est trop complexe pour que les contraintes supportées et transmises par ces massifs puissent être calculées par la Résistance des Matériaux. Nous avons jugé nécessaire d'avoir recours aux méthodes de la photoélasticité pour déterminer ces contraintes.

Les essais photoélastiques nous ont permis la détermination :

1°.- Des effets de l'encastrement de la base des pertuis (sur maquette I).

2°.- Par une méthode inédite, des effets de l'interaction des tranches immédiatement supérieures (sur maquette 2).

Les résultats de ces essais conjugués ont permis le calcul des efforts en jeu dans les trois dimensions.

Nous subdiviserons notre étude en quatre chapitres A,B,C,D.

A.- a) Choix de la section de l'ouvrage; examen critique des conditions de travail de la maquette I et de la maquette 2.

b) Caractéristiques expérimentales relevées sur les maquettes I et 2.

.....

c) Comparaison des résultats obtenus.

B.- Exposé mathématique qui établira les liens existant entre l'expérience et l'analyse.

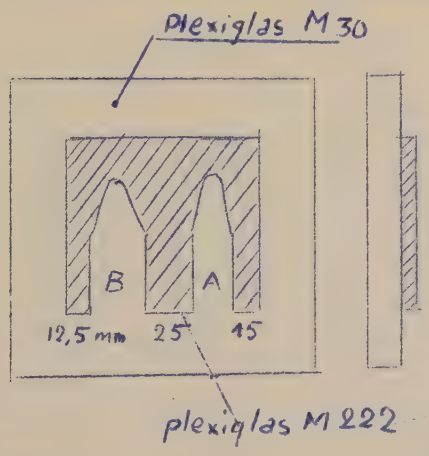
C.- Détermination des contraintes principales, des contraintes normales et tangentielles, sur un volume élémentaire, en des points bien déterminés de l'ouvrage.

D.- Tracé des cercles de MOHR et détermination de l'effort normal et de l'effort tranchant pour une direction donnée repérée par ses paramètres directeurs.

Nous avons adopté comme section de massif de base, la section située à la cote d'encastrement (145). L'échelle de la maquette est de 1/200; la pile extérieure du pertuis A, ayant à la base 15mm de largeur, la pile centrale 25mm et la pile extrême du pertuis B: 12,5mm.

L'encombrement de la maquette est 142,5mm x 112mm; l'épaisseur de notre tranche est de 8mm.

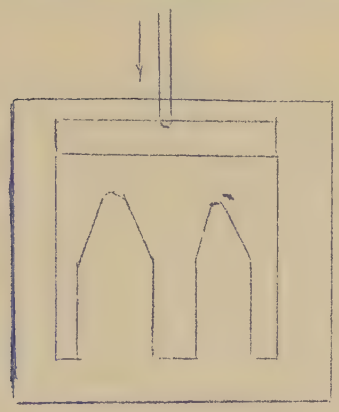
Pour représenter l'effort de cisaillement de la partie du barrage située au-dessus de la cote 145, nous avons fait établir un modèle de la tranche inférieure en plexiglas photoélastique M222, collé sur une tranche support en plexiglas non photoélastique M 30, qui représentait la base de l'implantation, sans apporter de modifications optiques appréciables aux indications données par la tranche photoélastique.



Pour représenter la pression exercée par la retenue, nous avons disposé sur le chassis supportant la maquette, une presse à ressort taré exerçant un effort par l'intermédiaire d'une tige rigide sur le centre d'un plat d'acier reportant une pression uniforme par l'intermédiaire de bandes de carton placées entre le barreau et le modèle; ce dispositif est justifié par l'absence de flèche de la maquette dont la parfaite rigidité est due à son encastrement.

.....

Cet essai ne rend pas compte de l'action exercée par la partie immédiatement supérieure de l'ouvrage.



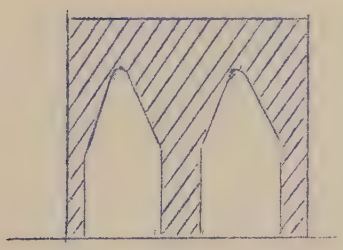
Il est certain que sous la préssion d'une retenue inférieure à la retenue maximum, la zone du barrage immédiatement supérieure à cette retenue, travaille néanmoins par interaction du béton.

Pour mettre en évidence cette interaction, nous avons conçu une méthode susceptible d'en rendre compte.

Un deuxième modèle est composé de trois tranches représentant la section du massif en double voûte (voir schéma ci-dessus). Deux de ces tranches repérées 1 et 2 ne sont pas photoélastiques; la troisième, repérée 3 est photoélastique (Plexiglas M 222). L'épaisseur de chaque tranche est de 8mm.

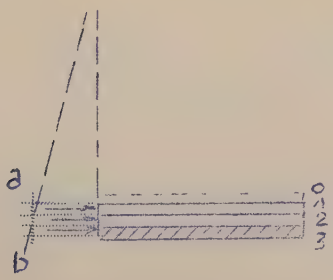
En raison de la très grande longueur des piles, il est justifié d'admettre que les tranches travaillent comme si l'appui aval était normal à la section, ce qui revient à admettre que le point supérieur aval des piles ne subit aucun déplacament; ce critère est d'autant plus justifié que la partie intéressant notre étude est comprise entre le masque du barrage et le raccordement du bajoyer oblique et du corps de pile. Nous démontrons du reste, en toute rigueur, que le déplacement à l'aval des contreforts est négligeable au niveau de la tranche 1. (v. page 10).

Nous avons procédé au chargement de la tranche 1, puis des tranches 1 et 2.



Le diagramme de la poussée de la retenue intéressant les tranches 1 et 2, est figuré en rouge. Nous avons pris la valeur moyenne représentée par le pointillé vertical ab.

Le chargement de la tranche 1 seule, a donné une biréfringence maxima au raccordement du bajoyer et du piedroit du pertuis B, égale à 0.36 frange (voir plan: relevé des Iso-



.....

chromes - planches en fin de texte).

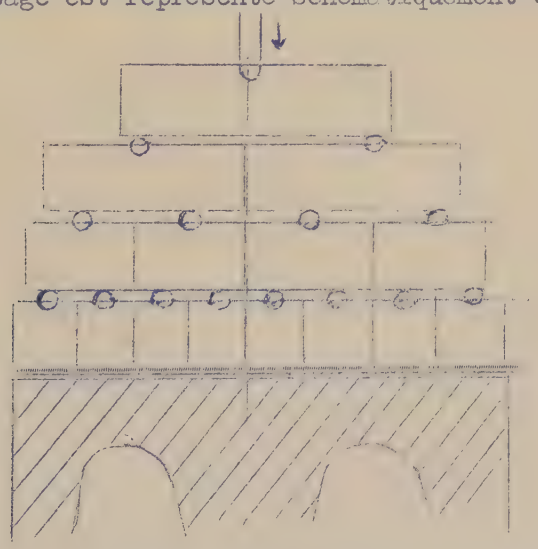
Le chargement des tranches 1 et II a donné une biréfringence maxima au même endroit de I,4 frange; il est donc vraisemblable qu'une 3ème tranche neutre 0, n'aurait rien donné.

On peut donc dire pratiquement, que l'action sur la tranche de base (3) est limitée à celle des tranches 2 et 1; en d'autres termes, par rapport au plan moyen de la tranche 3, l'intersection n'a plus d'effet sur elle, compte tenu de l'échelle au-dessus de 20mm.x200 = 4 mètres.

Le mode de chargement devrait être celui adopté au cours du premier essai, afin de conserver une pression uniforme malgré les très faibles déplacements du plan amont.

Nous avons ralisé des dés de charge en duralumin, munis dans leur axe de "creusures" de 3mm. de rayon, dans lesquels viennent se loger des palonniers de 5mm. de diamètre.

Le montage est représenté schématiquement ci-dessous.



Nous avons interposé divers matériaux, et après plusieurs essais, nous nous sommes arrêtés à une lame de laiton de 16mm de largeur, et de 15/10 d'épaisseur -2 couches de pa-

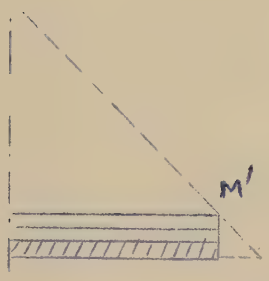
.....

pier buvard. Nous avons constaté une transparence totale sur le dessus du modèle, et l'absence totale d'isoclines locales.

Nous allons montrer que les déformations des contreforts à l'aval, sont pratiquement nulles, et que nous sommes en droit d'asseoir le modèle sur la plaque d'acier A.

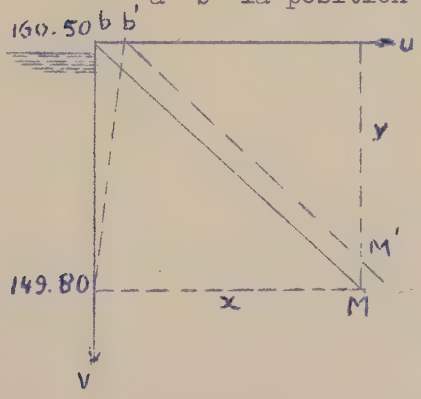
Nous avons considéré le contrefort comme un massif triangulaire faisant abstraction de la partie triangulaire supérieure complémentaire. Il est évident que le massif complet doit donner des résultats plus favorables encore.

Nous calculerons la déformation horizontale U, comptée parallèlement aux axes U et V, orientés comme sur le schéma ci-contre, pour le point M situé sur le parement aval d'un contrefort de cote y = 18,2 mètres. Cette position correspond à un point H' sur la face non photo-élastique 1 de la maquette. Il est évident que les déplacements de l'ensemble des points du parement aval compris entre M et l'encastrement, sont encore plus faibles, et que le résultat trouvé pour M sera valable à priori pour tout point du parement aval situé entre la tranche M et l'encastrement.



La retenue de notre ouvrage est à la cote 166.5
Le couronnement est à la cote 168.-
Nous étudierons le déplacement U au point M, à la cote 149.80

Soit a' b' la position du barrage à vide,
a b la position du barrage en charge.



On démontre (1) que le déplacement U est lié à x et y par la formule:

$$EU = -\frac{}{\delta H}^{2}\left(\frac{m}{2} - \frac{2+\sigma}{2m} - \frac{I}{m^3}\right) + \delta\left(\frac{m}{2} - \frac{2+\sigma}{2m} - \frac{2}{m^3}\right) Hy + \frac{\sigma\delta}{m^3}x^2 - \delta\left(1 - \frac{\sigma}{m^2}\right) xy + \frac{\delta}{m^3}y^2$$

ou E est le module d'élasticité moyen du béton,

δ la densité de l'eau,

m le fruit du parement aval,

σ le coefficient de poisson.

Notons que Δ la densité du béton n'intervient pas dans ces formules.

Nous avons les valeurs numériques suivantes dans le système M.T.S.

E 20.000.000 t/m^2

δ = 1.05 t/m^3 (compte tenu des boues)

m = 0,8 Y = 18,2 x = 0,8 x 18,2 = 14,56

σ = 0,25

Nous avons supposé que l'eau affleurait le couronnement:

H = 23m.

$$EU = -1{,}05 \times \overline{23}^{\,2} \left(\frac{0{,}8}{2} - \frac{2{,}25}{2 \times 0{,}8} - \frac{I}{0{,}8^3} \right)$$

$$+ 1{,}05 \left(\frac{0{,}8}{2} - \frac{2{,}25}{2 \times 0{,}8} - \frac{2}{0{,}8^3} \right) 23 \times 18{,}2$$

$$+ 1{,}I5 \times 0{,}25 \times \overline{14{,}56}^{\,2} - 1{,}05 \left(1 - \frac{0.25}{0{,}8^2} \right) 14{,}56 \times 18{,}2$$

$$+ \frac{1{,}05}{0{,}8^3} \times \overline{18{,}2}^{\,2}$$

On trouve : EU = 2.427, - 2.315,4 = 111,6

$$U = \frac{111.6}{20 \cdot 10^6} = 0{,}5610^{-2}\,mm$$

pratiquement nul

.....

MODE OPERATOIRE.

Nous sommes assurés que le collage n'avait apporté aucune répercussion sur l'indice du plexiglas, et que ce dernier était dépourvu de tension interne.

Les maquettes ont été exécutées selon un procédé spécial breveté et non divulgué par les Ets ALSTHOM à COLOMBES (Seine).

On aura un aperçu du montage sur les photographies, en fin de texte.

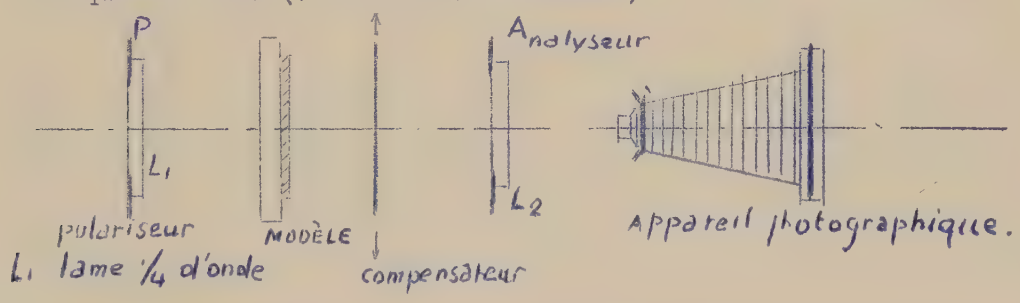
Le premier essai sur tranche encastrée a été effectué aux Laboratoires de l'ECOLE CENTRALE DE LYON.

Le deuxième essai a été conduit au Laboratoire Central des PONTS & CHAUSSEES sur banc JOBIN & YVON.

Les techniques opératoires ont été différentes quant à la mesure des biréfringences.

1er essai :

Au cours du premier essai, nous avons utilisé un compensateur du type de COKER, interposé entre le modèle et la deuxième lame quart d'onde (voir schéma ci-dessous)



La lumière était polarisée circulairement, éliminant ainsi les isoclines; un examen des zones colorées nous a renseigné sur la répartition des fatigues, et nous avons étudié la zone du pertuis B au voisinage du point anguleux déterminé par le raccordement du bajoyer et du piédroit de la pile. La pile extrême du pertuis B, seule, fait l'objet de notre étude, car elle recèle les fatigues les plus élevées, vu que ses dimensions sont plus faibles.

Nous avons relevé les isoclines et tracé les deux réseaux

.....

d'isostatiques qui nous donnent la direction des tensions principales. Nous avons ensuite chiffré la différence des tensions principales p - q Kg/mm^2; pour cela, nous avons repéré en certains points d'isostatiques déterminées, la paramètre de l'isocline. En chacun de ces points, respectivement, nous avons orienté le compensateur suivant ce paramètre, en donnant à l'angle le sens de rotation des polaroïds ou l'angle complémentaire suivant le cas. Nous avons mis en traction l'éprouvette témoin qui, se superposant à l'une des fatigues, rétablit l'obscurité par annulation des retards des chemins optiques.

Les tableaux ci-après donnent les valeurs de la différence des tensions principales en des points que l'on peut repérer sur le plan I.

ISOSTATIQUE CC'.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Paramètre de l'isocline	35	50	60	70	80	85	0	0	0
Orientation du compensateur									
Valeur en 1/100	30	30	35,5	35	36	37,5	41	43	45,5
p - q Kg/cm^2	25,3	25,3	31,6	34,8	36	40,1	45,8	50	55

ISOSTATIQUE BB'.

	a	b	c	d	e	f	g	h
Paramètre de l'isocline	0	0	85	80	70	60	60	70
Orientation du compensateur.								
Valeur en 1/100	28	25	23,5	21	18	20	30	45,5
p - q Kg/cm^2	22,7	18,3	16,4	14,2	12	13,3	25,3	55

.....

ISOSTATIQUE DD'.

	a	b	c	d	e
Paramètre de l'isocline.	75	82,5	82,5	0	0
Orientation du compensateur.	↗	↑	↑	↑	↑
Valeur en 1/100	48	47	47	47,5	53
p - q Kg/cm^2	60	58,2	58,2	59	69,3

ISOSTATIQUE FF'.

	a	b	c	d	e
Paramètre de l'isocline.	75	82,5	87,5	0	0
Orientation du compensateur.	↗	↗	↗	↑	↑
Valeur en 1/100	56	55,5	55,5	54,5	55,5
p - q Kg/cm^2	75,9	75,3	75,3	72,7	75,3

ISOSTATIQUE GG'.

	a	b	c	d	e
Paramètre de l'isocline.	75	82,5	87,5	0	0
Orientation du compensateur.	↗	↗	↑	↑	↑
Valeur en 1/100	70	67,5	65	60,5	54
p - q Kg/cm^2	112	104	98,1	87,3	71,8

.....

ISOSTATIQUE II'.

	a	b	c
Paramètre de l'isocline.	0	0	0
Orientation du compensateur.	↑	↑	↑
Valeur en 1/100	53	53	55
p - q Kg/cm^2	69,3	69,3	74

ISOSTATIQUE EE'.

	a	b	c	d
Paramètre de l'isocline.	0	0	87,5	82,5
Orientation du compensateur.	↑	↑	↗	↗
Valeur en 1/100	39,5	37	39	42,5
p - q Kg/cm^2	43	37,9	41,7	48,7

ISOSTATIQUE JJ'.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Paramètre de l'isocline.	35	30	20	10	0	80	70	60	50
Orientation du compensateur.	↗	↗	↗	→	→	←	↙	↖	↖
Valeur en 1/100	29	22	14,5	0	0	0	15	222	30
p - q Kg/cm^2	24	15,1	10,1	0	0	0	10,3	15,1	25,3

.....

ISOSTATIQUE KK'.

	a	b	c	d	e	f	g	h
Paramètre de l'isocline.	0	10	20	30	40	40	30	20
Orientation du compensateur.	↑	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖
Valeur en 1/100	18	20	20	20	26	33	35	36
p - q Kg/cm^2	12	13,2	13,2	13,2	19,3	34,8	34,8	36

ISOSTATIQUE MM'.

	a	b	c	d	e	f
Paramètre de l'isocline.	60	50	40	30	20	10
Orientation du compensateur.	↖	↖	↖	↖	↑	↑
Valeur en 1/100	30	31	33	35	35	35
p - q Kg/cm^2	25,3	27,8	31	34,8	34,8	34,8

ISOSTATIQUE LL'.

	a	b	c
Paramètre de l'isocline.	5	10	10
Orientation du compensateur.	↑	↑	↑
Valeur en 1/100	32	34	35
p - q Kg/cm^2	29,1	32,9	34,8

.....

ISOSTATIQUE NN'.

	a	b	c
Paramètre de l'isocline.	25	15	10
Orientation du compensateur.			
Valeur en 1/100	43	38	35
p - q Kg/cm^2	50	40	34,8

ISOSTATIQUE OO'.

	a	b	c	d	e	f
Paramètre de l'isocline.	75	80	85	0	10	15
Orientation du compensateur.						
Valeur en 1/100	53,5	48	43	45	50	55
p - q Kg/cm^2	70,8	60	50	53,8	63,9	70,5

ISOSTATIQUE PP'.

	a	b	c	d	e	f
Paramètre de l'isocline.	75	80	85	0	10	15
Orientation du compensateur.						
Valeur en 1/100	44	43	42	42	43	45
p - q Kg/cm^2	51,9	50	48,1	48,1	50	53,8

.....

ISOSTATIQUE DD'.

Terme	$(q-p)^n_{n-1}$	α_{m-1}	α_m	$(\text{cotg.}\alpha)^n_{n-1}$	$\Delta\varphi$ radians	Valeur du terme
ab	-59,1	75	80	0,222	0,0872	-1,15
bc	-58,2	80	100	0	0,0872	0
cd	-58,6	100	105	-0,222	0,0872	+1,13

Points	p - q	p	q
a	60	0	-60
b	58,2	-1,15	-59,35
c	58,6	-1,15	-59,35
d	59	+0,02	-58,98
e	69,3	0	-69,30

ISOSTATIQUE JJ'.

Terme	$(p-q)^n_{n-1}$	$(\alpha)_{n-1}$	$(\alpha)_n$	$(\text{cotg.}\alpha)^n_{n-1}$	$\Delta\varphi$ radians	Valeur du terme
ab	19,50	18	33	-2,309	-0,1745	7,86
bc	12,60	33	39	-1,387	-0,1745	3,05
cd	5,05	39	64	-0,872	-0,1745	0,77
de	0	64	87	-0,270	-0,1745	0
ef	0	87	108	+0,136	-0,1745	0
fg	5,07	108	129	+0,569	-0,1745	-0,50
gh	12,7	129	146	+1,146	-0,1745	-2,54

Points	p - q	p	q
a	24	0	-24
b	15,1	-1,04	-16,4
c	16,10	-2,99	-13,09
d	0	-12,32	-12,32
e	0	-12,32	-12,32
f	0	-12,32	-12,32
g	10,3	-2,52	-12,82
h	15,1	-0,26	-15,36
i	25,3	0	-25,3

.....

ISOSTATIQUE MM'.

Terme	$(q-p)^n_{n-1}$	α n	α n-1	$(\text{cotg.}\alpha)^n_{n-1}$	$\Delta\varphi$ radians	Valeur du terme
ab	-26,5	53	64	-0,621	-0,872	-1,434
bc	-29,9	64	70	-0,426	-0,1745	-2,222
cd	-32,9	90	83	-0,243	-0,1745	-1,394
de	-34,8	83	81	-0,140	-0,1745	-0,850
ef	-34,8	81	101	+0,018	-0,1745	+0,109

Point	(p-q)	p	q
a	25,3	0	-25,3
b	27,8	-1,43	-29,23
c	31	-3,65	-34,65
d	34,8	-5,89	-40,69
e	34,8	-5,89	-40,69
f	34,8	-5,78	-40,58

ISOSTATIQUE CC'.

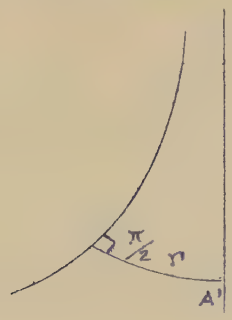
Terme	$(q-p)^n_{n-1}$	α n-1	α n	$(\text{cotg.}\alpha)^n_{n-1}$	$\Delta\varphi$ radians	Valeur du terme
ab	-25,3	74	79	0,24	0,1745	-1,05
bc	-28,45	79	87	0,123	0,1745	-0,61
cd	-33,20	87	90	0,026	0,1745	-0,15
de	-35,40	90	100	-0,176	0,1745	+ 1,087
ef	-38,05	100	108	-0,250	0,1745	+ 0,829
fg	-42,95	108	120	-0,450	0,0872	+ 1,685

Point	p-q	p	q
a	25,3	0	-25,3
b	25,3	-1,06	-26,36
c	31,6	-1,67	-33,27
d	34,80	-1,82	-36,62
e	36,00	-0,73	-36,73
f	40,10	+0,10	-40
g	45,80	+1,79	-44,01
i	55	0	-55

.....

(1)

Pour déterminer les valeurs particulières de p et q au point considéré du modèle, nous considérons l'isostatique Γ le long de laquelle nous voulons calculer les contraintes, et A son point de rencontre avec le contour libre du modèle; en ce point, la contrainte normale est nulle. Si donc Γ coupe le contour à angle droit, elle esi isostatique q si le compensateur a révélé que le bord libre est tendu, et $q_o = 0$, On utilisera l'équation:

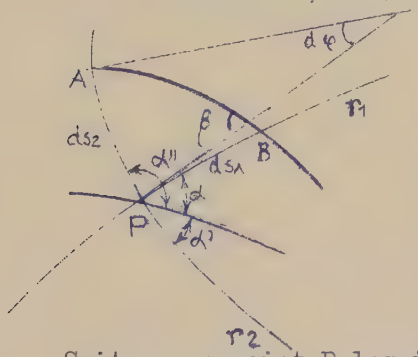


$$q = \int \frac{p-q}{\rho_1} ds_1$$

Si le compensateur a révélé que le bord de la pièce en A est comprimé Γ est une isostatique p et $p_o = 0$.

Signalons toutefois un cas, c'est le nôtre, où la contrainte principale p est une compression, c'est-à-dire si p est négatif. Dans ces conditions, q est obligatoirement une compression de valeur absolue $|q| > |p|$. La contrainte normale ne s'annule jamais, et toutes les sections autour de O sont comprimées.

On utilisera suivant les cas:



$$p = p_o + \int \frac{q-p}{\rho_2} ds_1$$

$$q = q_o + \int \frac{p-q}{\rho_1} ds_2$$

Ceci posé, afin d'éviter l'imprécision inhérente à la mesure des rayons de courbure, COKER transforme les équations de MAXWELL de la façon suivante :

Soit en un point P les isostatiques $\Gamma 1$ et $\Gamma 2$. Soit C l'isocline passant par P de paramètre φ. Traçons l'isocline voisine de paramètre $\varphi + d\varphi$. Puisque P est sur l'isocline, la tangente en ce point, à l'isostatique $\Gamma 2$ fait l'angle φ avec la direction origine; il en est de même avec la tangente en A, avec $\Gamma 2$. L'angle de ces deux tangentes fait $d\varphi$. Il en est

.....

(1) L'exposé ci-après renseigne sur le mode de calcul de chacune des deux tensions p et q, dont les valeurs relatives aux différentes isostatiques sont consignées dans les tableaux des pages précédentes 25 et 26.

de même des deux rayons secteurs S_2A et S_2P, en sorte que dans le triangle curviligne S_2AP on a :

$$ds_2 = \rho_2 \, d\varphi$$

$$\text{soit } \frac{I}{\rho_2} = \frac{d\varphi}{ds_2}$$

Le raisonnement appliqué à l'isostatique Γ_1 donne :

$$\frac{I}{\rho_1} = \frac{d\varphi}{ds_1}$$

Le groupe devient :

$$p = p_o + \int (q - p) \frac{ds_1}{ds_2} \, d\varphi$$

$$q = q_o + \int (p - q) \frac{ds_1}{ds_2} \, d\varphi$$

Dans le triangle curviligne PAB on a en outre :

$$\frac{ds_1}{ds_2} = \text{cotg.} \, \beta$$

$$\frac{ds_2}{ds_1} = \text{tg.} \, \beta$$

Si enfin α et α'' sont les angles de l'isocline avec chacune des deux isostatiques, on peut écrire :

$$\text{cotg.} \, \beta = \text{cotg.} \, \alpha$$

$$\text{tg.} \, \beta = \text{cotg.} \, \alpha''$$

Les équations deviennent alors:

$$p = p_o + \int (q-p) \, \text{cotg.} \, \alpha \, d\varphi$$

$$q = q_o + \int (p-q) \, \text{cotg.} \, \alpha'' \, d\varphi$$

Pour donner à ces équations une forme interchangeable, indépendante de celle des contraintes que l'on considère, il suffit de remplacer α'' par l'angle aigu supplémentaire α', de sorte que :

.....

$$\text{cotg.}\,\alpha' = -\,\text{cotg.}\,\alpha''$$

Nous avons alors le groupe d'équations de COKER :

$$p = p_o + \int (q-p)\ \text{cotg.}\,\alpha\ d\varphi$$

$$q = q_o + \int (p-q)\ \text{cotg.}\,\alpha'\ d\varphi$$

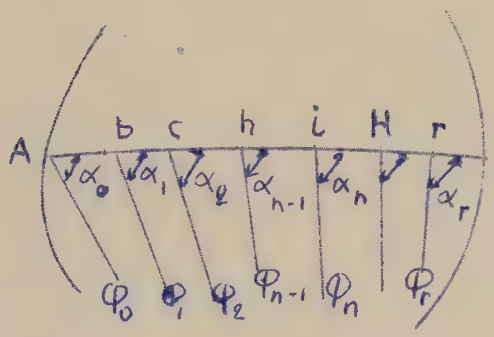
Nous procédons le long des isostatiques, par intégration terme à terme.

Soit à calculer la contrainte en un point H d'une isostatique qui rencontre les isoclines successives $\varphi_o, \varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n, \ldots$ aux points a,b,c,...h_i,...H, sous les angles aigus α_o, α_1, $\alpha_2, \ldots \alpha_m, \ldots$; on remplace les intégrales ci-dessus par une somme de termes finis, chacun d'eux s'étendant à l'espace compris entre deux isoclines successives.

Le terme de rang n (entre l'isocline φ_{n-1} et l'isocline φ_n) est de la forme :

$$(q-p)^n_{n-1}\ (\text{cotg.}\,\alpha)^n_{n-1}\ (\varphi_n - \varphi_{n-1}),$$

s'il s'agit d'une isostatique p.



Dans ces formules, $(p-q)^n_{n-1}$ est la valeur moyenne de la différence des contraintes principales entre les deux points h et i, $(\text{cotg.}\,\alpha)^n_{n-1}$ est de la même façon la valeur moyenne de la cotangente entre les deux points, c'est-à-dire :

$$\frac{\text{cotg.}\,\alpha_{n-1} + \text{cotg.}\,\alpha_n}{2}$$

Par suite, la valeur cherchée de la contrainte au point H est donnée par :

$$p = p_o + \sum_o^r (q-p)^n_{n-1}\ (\text{cotg.}\,\alpha)^n_{n-1}\ (\varphi_n - \varphi_{n-1})$$

s'il s'agit, par exemple, d'une intégration le long d'une isostatique p.

$$q = q_o + \sum_o^r (p-q)^n_{n-1}\ (\text{cotg.}\,\alpha)^n_{n-1}\ (\varphi_n - \varphi_{n-1})$$

.....

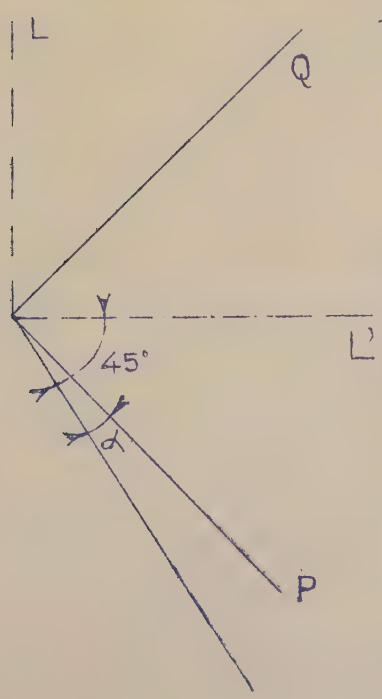
Nous avons été amenés à poser les tableaux qui précèdent aux pages 23 et 24.

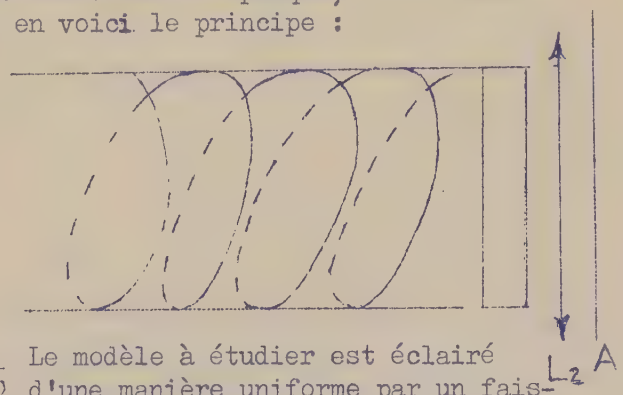
Des résultats du premier essai, consignés dans les tableaux précités, on tire des renseignements intéressants sur l'état de sollicitation de l'ouvrage. Les deux familles d'isostatiques sont des lignes de compression. Il est remarquable toutefois que la ligne de compression CC' s'annule entre E et F, pour devenir traction en FG, pour s'annuler en I puisqu'en ce point l'isostatique est normale au contour libre du modèle. La ligne DD' offre la même distribution des contraintes, mais la zone de traction se réduit à très peu de chose dans la zone du joint, et comme le rapport de similitude joue encore favorablement pour l'ouvrage, les tractions ne sont pas à mentionner quantitativement.

Deuxième essai :

Le relevé des isoclines a été exécuté en lumière blanche (voir document n° 4). Le tracé des isochromes a été opéré en lumière monochromatique verte, avec lampe à vapeur de mercure et filtre. Pour mesurer la biréfringence d'ensemble, nous avons utilisé la méthode de TARDY.

Monsieur TARDY a décrit (Revue d'optique Février 1929) une méthode générale et son dispositif expérimental destiné à mesurer la biréfringence des verres d'optique, ou la biréfringence accidentelle; en voici le principe :





Le modèle à étudier est éclairé d'une manière uniforme par un faisceau de lumière monochromatique polarisé circulairement; ce faisceau passe ensuite à travers une lame 1/4 d'onde L_2 et un analyseur A.

Prenons pour origine des angles la direction $\vec{ox}$ qui est inclinée à 45 degrés sur les lignes neutres L et L' du 1/4 d'onde; soient l_p et l_q les directions des isostatiques au point P du modèle. La différence de phase à mesurer entre les rayons polarisés suivant l_p et l_q est égale à 2φ (notations de Mr. TARDY). L'intensité lumineuse perçue par l'observateur est proportionnelle à :

$$K = \sin.^2 (\varphi - \theta) + \sin. 2\varphi \sin 2\theta \, \mathrm{Sin.}^2\alpha$$

Inclinons l'analyseur d'un certain angle $\theta = \theta_1 \neq 0$

L'expression K montre que la lumière ne peut être éteinte que pour:

$$\varphi = \theta_1 \quad \alpha = 0$$

$$\varphi = -\theta_1 \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$$

c'est-à-dire qu'il n'y a d'obscurité qu'aux points où, simultanément, le déphasage 2φ a une valeur bien déterminée $2\theta_1$ et où les directions isostatiques sont inclinées à 45 degrés sur l'axe du 1/4 d'onde L_2. Or, nous savons déterminer les directions des éléments isostatiques. On pourra donc orienter le 1/4 d'onde pour que $\alpha = 0$. Il suffira ensuite de faire pivoter l'analyseur autour du rayon lumineux, jusqu'à l'extinction de la lumière, et, à ce moment, de noter θ_1 pour avoir directement φ .

En outre, si on fait tourner sur lui-même d'un mouvement d'ensemble, le système 1/4 d'onde L_2-Analyseur A, tout en conservant à θ la valeur θ_1, la tache sombre décrite sur le modèle fixe le lieu des points où la biréfringence garde la valeur constante θ_1 .

On a ainsi le moyen de tracer d'une manière cinématique, les courbes de niveau cotées de la biréfringence.

Pour exprimer la biréfringence en Kg/mm^2, nous avons fait étalonner un élément de plexiglas par les services de Physique et Chimie de Paris, ne disposant pas nous mêmes d'un analyseur à pénombre (voir procés-verbal annexé).

La matière intervient dans la valeur de la biréfringence par sa constante photoélastique C qui représente l'aptitude du matériau à donner des franges.

.....

$$p - q = \frac{k\lambda}{Ce}$$

p - q différence des contraintes principales
k ordre de la france 0, 1, 2, 3, ...n
c constante photoélastique en Brewsters
e épaisseur du modèle
λ longueur d'onde de la lumière employée.

La distribution des isochromes dans le pertuis B est indiquée sur le document 5 ; nous avons fait agrandir 4 fois le document 3, et 3 fois les documents 4 et 5.

Pour l'intégration des équations de MAXWELL qui doivent nous conduire aux valeurs de p et de q, nous utiliserons normalement les méthodes du Professeur COKER, précédemment exposées.

Résultats du deuxième essai :

Le relevé des isoclines et des isochromes montre que :

a) la distribution des isostatiques ne change pas suivant que l'on charge la tranche 1, les tranches 1 et 2 et les tranches 1, 2 et 3; on élimine ainsi les effets possibles d'efforts de cisaillement.

b) la distribution des isochromes montre qu'il existe toujours aux points de raccordement de la voûte et des bajoyers, deux points singuliers P_1 et P_2, mis en évidence au compensateur de COKER, entre lesquels règne une zone de traction, et à l'extérieur desquels s'étend une zone de compression.

Nous donnons les résultats de l'intégration terme à terme, suivant les isostatiques DD' et FF'; nous avons superposé le tracé de l'isostatique au relevé général des isochromes, et avons noté les valeurs de $|p - q|$ aux points $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \varphi\ \lambda\ \eta\ \theta$

Nous dressons les tableaux suivants :

1er tableau :

Le terme sera pour l'isostatique p

$$p = p_o + \int (q-p) \left(\frac{\text{cotg.}\alpha_{n-1} + \text{cotg.}\alpha_n}{2}\right) \Delta\varphi$$

.....

DD'	α_{n-1}	α_n	$\frac{\cot g.\alpha_n + \cot g.\alpha_{n-1}}{2}$	$\Delta\beta$ grades	$\Delta\beta$ radians	q-p	Valeur du terme	p Kg/cm²	q Kg/cm²
α	90°					-65,80	0	0	-65,80
$\alpha\beta$	90°	-88	-0,0174	-2,5	-0,039	-50,3	-0,0195	-0,0195	-50,32
$\beta\gamma$	-88	-82	-0,0877	-5	-0,0779	-37,4	0,255	-0,274	-37,67
$\gamma\delta$	-82	+76	+0,0504	-5	-0,0779	-32,90	0,128	-0,146	-33,04
$\delta\varepsilon$	+76	+82	+0,1909	-3	-0,0468	-31	0,02769	+0,131	-30,87
$\varepsilon\varphi$	+82	-88,5	+0,0571	-2	-0,0313	-32,25	0,058	+0,189	-32,06
$\varphi\lambda$	-88,5	-83	-0,0789	-5	-0,0779	-38,70	-0,238	-0,049	-38,75
$\lambda\eta$	-83	+65	+0,1171	0	0	-44,50	0	-0,049	-44,55
$\eta\theta$	+65			+5	+0,0779	-71		0	-71

2°) Isostatique FF'

FF'	α_{n-1}	α_n	$\frac{\cot g.\alpha_{n-1} + \cot g.\alpha_n}{2}$	$\Delta\beta$ grades	$\Delta\beta$ radians	q-p	Valeur du terme	p Kg/cm²	q Kg/cm²
α	90								
$\alpha\beta$	90	-89	-0,0087	-2,5	-0,039	-67,3	-0,023	-0,023	-67,32
$\beta\gamma$	-89	+87	+0,0174	-5	-0,0779	-64,5	+0,087	+0,064	-64,44
$\gamma\delta$	+87	+82	+0,0964	-5	-0,0779	-52,9	+0,397	+0,460	-52,44
$\delta\varepsilon$	+82	+81	+0,1494	-3	-0,0468	-51	+0,357	+0,82	-50,18
$\varepsilon\varphi$	81	+80	+0,1673	-2	-0,0313	-50,3	+0,263	+1,08	-49,20
$\varphi\lambda$	+80	+88,5	+0,1012	-5	-0,0779	-47,7	+0,487	+1,57	-46,13
$\lambda\eta$	+88,5	+88,5	+0,0262	-5	-0,0779	-43,9	+0,089	+1,66	-48,24
$\eta\theta$	+88,5	+68	+0,2151	0	0	-38,7	0	+1,66	-37,04
$\theta\beta$	+68	+80	+0,290	+5	+0,0779	-45,1	-1,018	+0,64	-44,46

B.- Ayant obtenu les isostatiques et les contraintes relatives aux forces de l'eau, on calculera par la résistance des matériaux les cortraintes dans le plan moyen de la tranche, par la superstructure de l'ouvrage, c'est-à-dire le poids du barrage et la poussée de l'eau. On tiendra compte ensuite de l'action des tranches supérieures sur la tranche étudiée, en faisant intervenir les résultats du deuxième essai.

Ayant ainsi les contraintes sur trois plans rectangulaires en des points donnés de la tranche considérée, il sera possible de calculer par la théorie de l'Elasticité, les contraintes pour une direction repérée par ses paramètres directeurs, choisis à l'avance.

.....

Calcul des contraintes dans le plan moyen de la tranche de base.

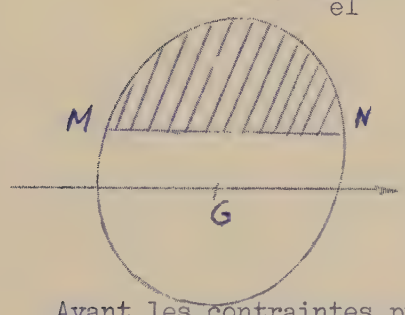
On cherchera la résultante des forces appliquées à la partie du barrage située au-dessus du plan de cote 145. Les forces à considérer sont le poids propre et la poussée de l'eau. On déterminera le point de passage de la résultante dans le plan AB; la position de ce point déterminera la possibilité de calculer :

1) la contrainte normale en chaque point de la section, par la formule de NAVIER :

$$n = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{M\,v}{I}$$ où Ω est la surface de la tranche de base.

2) la contrainte tangentielle:

$$t = \frac{T\mu}{eI}$$ où T est l'effort tranchant, μ est le moment statique par rapport à l'horizontale du centre de gravité de la section située au-dessus de la droite MN, passant au point considéré,
I est le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe neutre.



Ayant les contraintes principales du premier essai que nous notons:

n_{11}

n_{12}

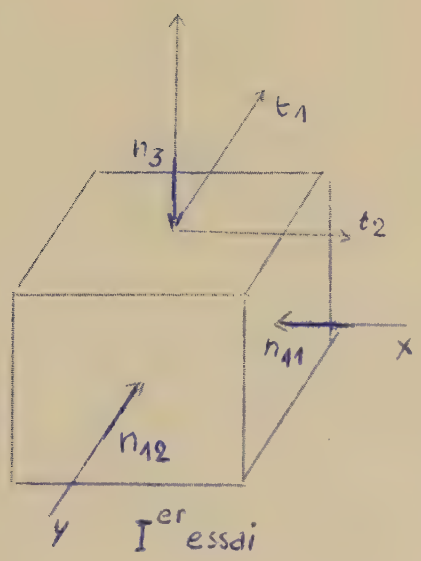
nous construisons le cube élémentaire dont deux des faces sont normales à n_{11} et n_{12}.

On peut décomposer l'effort tangentiel t, suivant les deux directions x et y, en t_1 et t_2, t_2 suivant x et t_1 suivant y.

Dans la deuxième recherche, nous avons admis le principe de la superposition des effets produits par l'encastrement, et des effets déterminés dans la même tranche, sous l'influence de l'interaction des tranches supérieures.

Dans ce nouvel essai, nous obtenons n_{21} et n_{22} faisant un angle θ avec n_{11} et n_{12},

.....



Recherchons les fatigues selon y et x, dues à l'ellipse des tensions II.

Suivant y, nous avons :

$$n'_{22} = \frac{1}{2}\ (n_{22}+n_{21}) + \frac{1}{2}\ (n_{21}-n_{22})\ \cos.\ 2\theta$$

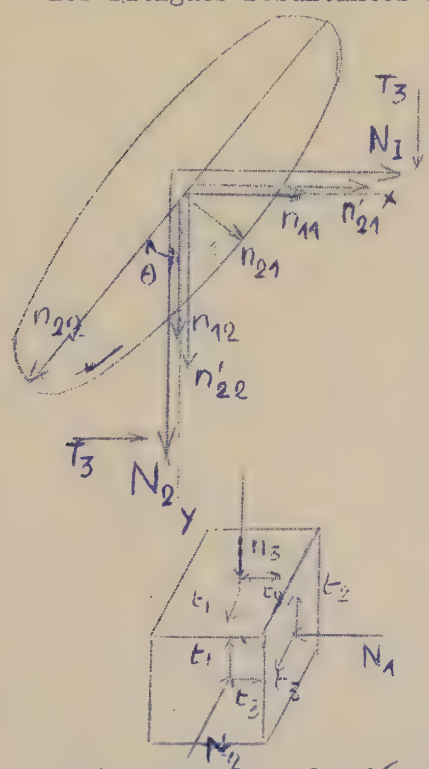
n' est telle que :

$$n'_{21} + n'_{22} = n_{21} + n_{22}$$

Etant donné que les axes principaux des ellipsoïdes ne sont pas condondus, il intervient également une valeur tangentielle T_3

$$T_3 = \frac{1}{2}\ (\ n_{21} - n_{22})\ \sin.\ 2\theta$$

Les fatigues résultantes suivant x et y sont :



$$N_1 = n_{11} + n'_{21}$$

$$N_2 = n_{12} + n'_{22}$$

Et nous avons la distribution du tenseur sur le volume élémentaire comme situé ci-contre.

Les contraintes principales seront données en grandeur, direction et signe, par la résolution du groupe d'équations ci-dessous :

$$F\alpha = N_1\alpha + t_3\beta + t_2\gamma$$

$$F\beta = t_3\alpha + N_2\beta + t_1\gamma$$

$$F\gamma = t_2\alpha + t_1\beta + N_3\gamma$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

En éliminant α, β, γ, nous obtenons une équation du troisième degré en F, qui peut avoir 3 racines réelles a, b, c, qui seront les contraintes principales.

.....

REPRESENTATION PLANE DU VECTEUR TENSION - CONSTRUCTION DE MOHR.

Le vecteur tension F et les coordonnées x, y, z, de son extrémité R qui décrit l'ellipsoïde des tensions, ne dépendent en somme que de deux variables indépendantes, puisque les trois cosinus directeurs α, β, γ, de la normale au plan correspondant, sont liés par une relation. Il est donc possible de recourir à une représentation plane, celle de MOHR. Pour des raisons de symétrie, on ne s'occupera que du 1/8 de l'ellipsoïde, celui qui correspond à des valeurs positives de tous les cosinus directeurs. C'est sous cette seule réserve que l'on pourra établir une correspondance univoque entre les points R de l'ellipsoïde et les points du plan.

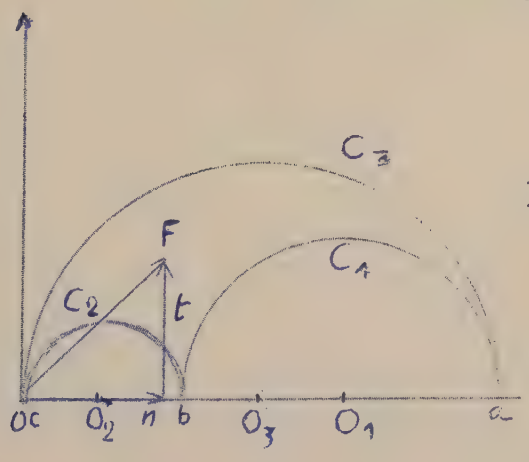
Dans un plan, on trace deux axes perpendiculaires ON et OT, et on envisage OF d'abscisse ON = N et NF = T = $+\sqrt{F^2 - N^2}$.

Son extrémité F suffit à le représenter. L'angle $\theta = \widehat{FON}$ que fait la direction du vecteur avec l'axe des abscisses, représente l'angle du vecteur tension avec la normale.

Portons sur ON, a, b, c, qui représentent les tensions principales; il n'y a pas de tensions tangentielles pour ces points et T = 0.

Le fait remarquable consiste en ce que le point figuratif F est toujours situé à l'intérieur de l'aire curviligne délimitée par les cercles AC, CB, BA.

On démontre, en effet, que la puissance du point F est positive par rapport à C_1 et C_2, et négative par rapport à C_3.



On déduira de ces remarques une méthode pour construire le point P correspondant à une direction donnée.

I/ On repèrera la direction donnée par ses cosinus directeurs, par rapport au trièdre de référence dont il a été question plus haut, défini par les contraintes principales. On connaît, par définition les cosinus directeurs de la direction donnée dans le plan.

Les cosinus directeurs des contraintes principales ont été calculés par les systèmes d'équations :

$$F\alpha = N_1 \alpha + t_3 \beta + t_2 \gamma$$

Les valeurs α_1, β_1, γ_1, correspondent à la racine a

α_2, β_2, γ_2, " " " b

α_3, β_3, γ_3, " " " c

Elles donnent les cosinus directeurs des contraintes principales.

Les cosinus directeurs de la direction choisie par rapport au trièdre des contraintes principales seront :

$$\alpha = \alpha_0 \alpha_1 + \beta_0 \beta_1$$
$$\beta = \alpha_0 \alpha_2 + \beta_0 \beta_2$$
$$\gamma = \alpha_0 \alpha_3 + \beta_0 \beta_3$$

On peut alors calculer la puissance par rapport à O_1, PO_1

$$PO_1 = \gamma^2 (b - a)(c - a)$$

P est donc sur le cercle de centre O_1 et de rayon R'_1 tel que:

$$R'^2_1 = PO_1 + \frac{(b - c)^2}{4}$$

On pourra établir de même un cercle de centre O_2, et le point P sera à l'intersection des deux cercles.

On lira immédiatement sur le graphique les valeurs de N et de T.

o

o o

DETERMINATION DES VALEURS DE L'EFFORT NORMAL, DE L'EFFORT TRANCHANT ET DU MOMENT FLECHISSANT POUR LA SECTION DES PERTUIS 3 ET 4 SITUES A LA COTE (145.00)

-:-:-:-:-:-:-:-:-

I.- Caractéristiques de la section du barrage correspondant à la maquette :

Largeur commune aux trois piles.....23m,80
(on a négligé la surlargeur de la pile mixte)

Epaisseur de la première demi-pile.....3m,00

Epaisseur de l'autre demi-pile.....2m,50

Epaisseur de la pile centrale.....5m,00

Surface Ø de cette section :

$$23,8 \times 28,5 - (2 \times 9 \times 1,6 + 2 \times 9,2 \times 9 + 2\,\frac{4+9}{2} \times 9) = 366,9\text{m}^2$$

Centre de gravité G de la section = nous déterminons sa position par rapport au parement aval des piles et par rapport à la face latérale extérieure de la demi-pile de 2m,50, en écrivant les équations des moments statiques.

a) $3 \times 23,80 \times 11,9 + 4 \times 9 \times 20,2 + 1,25 \times 9 \times 15,2 + 1,25 \times 9 \times 15 + 5 \times 23,80 \times 11,9 + 4 \times 9 \times 20,2 + 1,25 \times 9 \times 15,2 + 1,25 \times 9 + 2,5 \times 23,8 \times 11,9 = 366,9 \times a$

d'où $a = \frac{5112,21}{366,9} = 13\text{m},93$

b) $3 \times 23,8 \times 27,5 + 4 \times 9 \times 21 + 1,25 \times 9 \times 24,67 + 1,25 \times 9 \times 1 + 5 \times 23,8 \times 14 + 9 \times 4 \times 7 + 8 \times 1,25 \times 10,67 + 8 \times 1,25 \times 3 + 2,5 \times 23,8 \times 1,25 = 366,9 \times b$

d'où $b = \frac{5358,84}{336,9} = 14\text{m},58$

Nous allons ensuite rechercher les moments d'inertie de la section, par rapport à deux axes rectangulaires passant par G' : xx' perpendiculaire au parement amont et yy'.

<u>Remarque</u>: Quand nous prendrons les moments M_x et M_y, nous devrions, pour être rigoureux, les calculer par rapport aux axes neutres de la section de l'ouvrage. Pour cela, il faudrait

.....

dessiner l'ellipse centrale d'Inertie, une fois calculés les rayons de gyration $_x$ et $_y$. Nous avons estimé que l'erreur était légère et ne nuisait pas à la bonne marche des calculs.

Calcul de I_x :

$$I_x = \frac{1393 \times \overline{300}^3}{12} + 1393 \times 300 \times \overline{1242}^2 + \frac{400 \times \overline{450}^3}{12} + 400 \times 900 \times \overline{642}^2$$

$$+ \frac{1393 \times \overline{500}^3}{12} + 500 \times 1393 \times \overline{33}^2 + \frac{400 \times \overline{450}^3}{12} + 400 \times 900 \times \overline{758}^2$$

$$+ \frac{1393 \times \overline{250}^3}{12} + 250 \times 1393 \times \overline{33}^2 + 4 \left(\frac{900 \times \overline{250}^3}{36}\right) + \frac{900 \times 250}{2}$$

$$\left(\overline{1009}^2 + \overline{276}^2 + \overline{366}^2 + \overline{8825}^2\right)$$

soit $I_x = 19261^{m4}$

Calcul de I_y :

$$I_y = \frac{300 \times \overline{987}^3}{12} + \frac{900 \times \overline{400}^3}{12} + 900 \times 400 \times \overline{627}^2 + \frac{500 \times \overline{987}^3}{3} + \frac{900 \times \overline{400}^3}{12}$$

$$+ 900 \times 400 \times \overline{627}^2 + \frac{250 \times \overline{987}^3}{3} + \frac{900 \times \overline{400}^3}{12} + \frac{4500 \times \overline{1393}^3}{3} + \frac{250 \times \overline{1393}^3}{3}$$

$$+ \frac{4 \times 250 \times \overline{900}^3}{36} + \frac{4 \times 250}{2} \times 900 \times \overline{127}^2$$

soit $I_y = 16027^{m4}$

2.- Détermination des forces horizontales de 166,5 à 145.

La densité de l'eau plus ou moins chargée de boue est prise à 1,05; l'action de la houle a été estimée à 1,5 t/mètre.

Poussée de l'eau : $1{,}05 \times 28{,}5 \times \frac{\overline{29{,}5}^2}{2}$ .....6916 t.

Action de la houle: 1,5 x 28,5.....42,7 t.

3.- Détermination des forces verticales.

Nous considérons successivement les poids au-dessus de la

.....

cote 148, puis le poids entre (148)et (145), et enfin les sous-pressions à (145):

Poids au-dessus de 148,00

2 travées du pont non chargées.....239 tonnes
Poids des 3 piles.....6591 tonnes
Poids du masque.....1416 tonnes

Résultante.....8246 tonnes

Le point d'application de cette force est à 5m,10 du parement vertical du masque.

Poids du massif de base entre 148 et 145...642 tonnes
Poids des piles entre 148 et 145.....1632 tonnes

Sous pressions égales, des infiltrations se produisent et créent des réactions verticales dirigées de bas en haut:

a) sous piles.....258t.
b) sous masque.....308t.

4.- Détermination des moments M_x et M_y par rapport aux axes définis ci-dessus :

La fatigue en un point quelconque de la section de coordonnées v et v', par rapport aux axes, peut être prise égale à :

$$\frac{N}{S} \pm \frac{M_x}{I_x} v \pm \frac{M_y}{I_y} v'$$

Pour avoir M_x nous utiliserons une partie des résultats ci-dessus, en considérant le bloc de maçonnerie comme formé d'une part d'un bloc de 28m de largeur, symétrique par rapport au plan médian de la pile centrale, et d'un bloc (b) de om,50 de largeur, découpé dans la pile de 3 mètres d'épaisseur, sur la face externe de cette pile.

Forces relatives au bloc (a).

Forces verticales:

$$(246 + 326 + 394 + 450 + 192 + 497 + 145) + \frac{10}{10,5} (1632+724+439+4038+144$$

.....

Résultante = 9572 tonnes

Résultante des forces horizontales :

$$\frac{28}{28,5} \times 6959 = 6837 \text{ t.}$$

Le bras de levier commun à ces deux forces est 0m,58 (largeur des pertuis = 28,50 - 0,50 = 28m.

$$\frac{28}{2} = 14\text{m} \qquad 14,58 - 14 = 0\text{m},58$$

Forces relatives au bloc (b).

$\frac{0,50}{10,50} \times 8270 - \frac{0,50}{10,50} \times 258 = 382$ t. bras de levier 13m,67

$\frac{0,50}{10,50} \times 6959 = 122$ t. Bras de levier = 13m,67.

Le moment résultant par rapport à xx' est donc :

$M_x = (9572 + 6837)\ (0,58) - (382+122)\ 13,67 = 2627$ mètres

Tableau donnant M_y

Désignation des forces	Forces horizont.	Forces vertic.	Bras de levier	Moments négatifs	Moments positifs
Poussée de l'eau	6916 t.		7m,16		49518
Action de la houle	42,7 t.		22m,10		944
Poids au-dessus de 148		8246	3m,17	26140	
Poids massif de base		497	6,27	3116	
		145	1,27	184	
		1632	+ 1,37		2230
		-190	9,07		1723
		- 68	7,89		536
		-308	7,27		2239
	6958 t.	-566 + 10520		29440	

$M_y = 27.750$ tm.

.....

En résumé, les éléments de réduction des forces extérieures au centre de gravité de la section de la cote 145 sont :

$N = 9.954$ t.
$T = 6.958$ t.
$M_x = 2.627$ t. mètres
$M_y = 27.750$ t. mètres

Détermination du rapport M entre les contraintes de la maquette et les contraintes dans la section du massif de base située à la cote 145.00.

1er Essai.- L'effort s'exerçant sur la maquette est 620 Kgs.

Les forces extérieures sont réduites dans le rapport $\frac{1}{M}$; l'échelle des dimensions est $\frac{1}{L}$; les contraintes dans l'ouvrage se déduiront par application de la formule :

$$T \text{ ouvrage} = T \text{ maquette} \times \frac{M}{L^2}$$

Il s'agit de déterminer M avec L = 200.

Remarquons que l'effort de 620 Kgs s'exerce sur une surface égale à 14,2 x 0,8 cm^2.

Cherchons l'effort s'exerçant sur le barrage. La tranche correspondante a pour dimensions :

14,2 x 200 = 2840 cm. de longueur
0,8 x 200 = 160 cm. d'épaisseur

soit : 2.840 x 160 = 454.400 cm^2.

La hauteur d'eau étant de 21m,50, soit de 2,15 Kg/cm^2, la charge totale s'appliquant sur le pertuis sera :

454.400 x 2,15 = 976.960 Kgs

Le rapport M est égal à :

$$\frac{976.960}{620} = 1.576$$

.....

Les contraintes dans l'ouvrage seront :

$$T \text{ ouvrage} = T \text{ maquette} \times \frac{1.576}{200^{-2}}$$

2ème Essai.- Nous avons vu que la constante photoélastique C = 5,22 Brewsters.

$$1 \text{ brewster} = 10^{-13} \text{ cm}^2 \text{ dyne}$$

La biréfringence $p - q = \frac{\lambda}{Ce}$ où λ est la longueur d'onde de la lumière employée,

C, la constante photoélastique,
e, l'épaisseur du modèle.

Ici, prenons le système kilog centimètre :

$$= 0^{\mu} 530 \text{ verte} \qquad = 530 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$$

$$C = 5,22 \times 10^{-13} \text{ dynes-centimètre}$$

$$e = 0,8 \text{ cm.}$$

La biréfringence p - q sera liée à ces valeurs par la formule :

$$\frac{530 \quad 10^6}{0,8 \times 5,22} = (p-q) \times 981.000$$

d'où $p-q = \frac{530 \quad 10^6}{981.000 \times 0,8 \times 5,22} = 129 \text{ kg/cm}^2$ pour l'ordre 1

L'effort s'exerçant sur la maquette est 355 Kgs.

L'effort de 355 Kgs s'exerce sur une surface de $14,2 \times 1,6 \text{ cm}^2$.

Cette section du barrage à l'échelle est :

142 x 200 = 2.840 cm. de largeur
1,6 x 200 = 320 cm. d'épaisseur

soit :2.840 x 320 = 908.800 cm^2.

La hauteur d'eau étant de 19m.30, soit 1,93 kg/cm2

l'effort total est: 908.800 x 1,93 = 1.753.984

Le rapport des forces est égal à : $\frac{1.753.984}{355} = \underline{\underline{4.940}}$

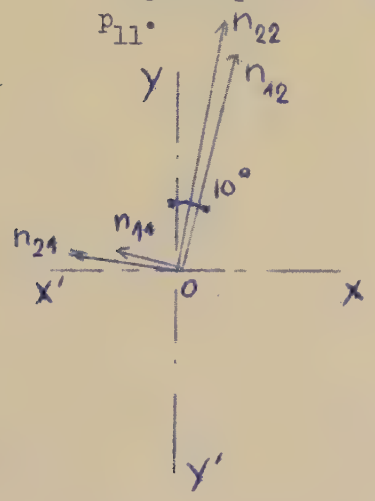
.....

d'où l'on déduira:

$$T \text{ ouvrage} = T \text{ maquette} \times \frac{4940}{200^2}$$

APPLICATION DE LA METHODE.

Appliquons la formule de superposition au point M repéré sur le grand plan en rouge, où passent les 2 isostatiques p_1 et p_{11}.



Nous avons, en reprenant l'exposé de la page 2 , et en orientant les fatigues avec:

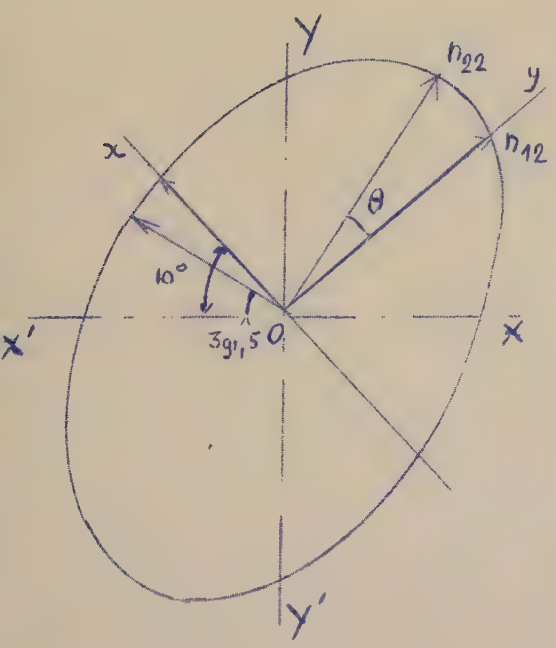
$$\left.\begin{array}{l} n_{11} = -1,15 \\ n_{12} = -59,35 \end{array}\right\} \text{dans le modèle 1er essai.}$$

dans l'essai n° 11, le point M se trouve à mi chemin entre δ et ε , nous voyons sur le graphique que N'_{21} est égal à -0,050 environ.

L'angle $\widehat{X'O\ n_{11}} = 10°$

L'angle $\widehat{X'O\ n_{21}} = 3,95 = 3°09'$

L'angle $\theta = 10° - 3°09 = 6°51'$



$$\left.\begin{array}{l} n_{22} = \dfrac{-33-30,89}{2} = -31,94 \\ n_{21} = \qquad\qquad\qquad -0,050 \end{array}\right\} \text{dans le modèle 2° essai}$$

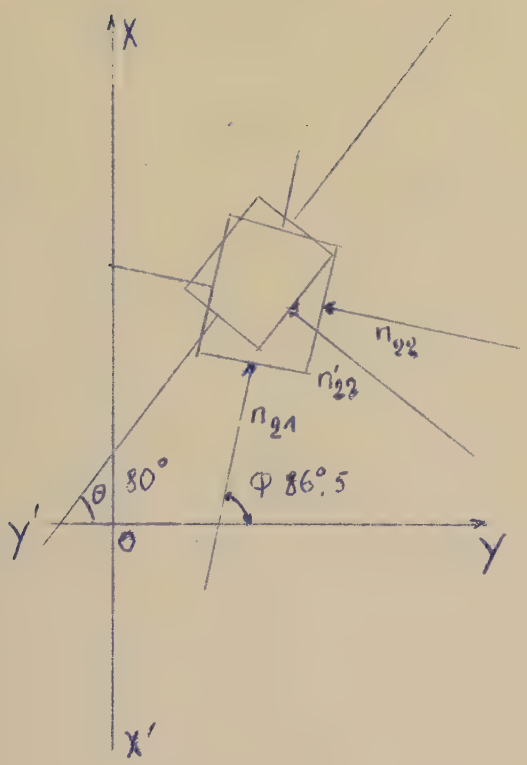
Dans l'ouvrage proprement dit :

$$n_{11} = -\frac{1,15 \times 1576}{200^2} = -0,045 \text{ kg/cm}^2$$

$$n_{12} = -\frac{59,35 \times 1576}{200^2} = -2,34 \text{ kg/cm}^2$$

$$n_{21} = -\frac{0,050 \times 4940}{200^2} = -0,006 \text{ kg/cm}^2$$

.....



$$n_{22} = \frac{-31{,}94 \times 4940}{200^2} = -3{,}94 \text{ kg/cm}^2.$$

Nous avons la disposition des fatigues représentées ci-dessous.

Soit à chercher la valeur de n'_{22} connaissant n_{22}

Nous avons :

$$n'_{22} = \frac{1}{2}(n_{22}+n_{21}) + \frac{1}{2}(n_{21}-n_{22}) \cos.^2 \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta\right)$$

$$= \frac{1}{2}(-3{,}94-0{,}006) + \frac{1}{2}(-0{,}006+3{,}94) \cos.^2 \left(\frac{\pi}{2} + 86°51 - 80\right)$$

$$= \frac{1}{2}(-3{,}946) + \frac{1}{2}(3{,}934) \cos. 193°42$$

$$= -3{,}90 \text{ kg/cm}^2.$$

on tire n'_{21} en remarquant que:

$$n'_{21} + n'_{22} = n_{21} + n_{22} = -3{,}94 - 0{,}006 = -3{,}946$$

$$n'_{21} = -3{,}946 - 3{,}90 = -0{,}046.$$

Calcul de t_3 : $t_3 = \frac{1}{2}(n_{21}-n_{22}) \text{ Sin. } (2\varphi - 2\theta)$

$$= \frac{1}{2}(3{,}94 - 0{,}006) \text{ Sin. } 13°42$$

$$= 0{,}467.$$

Essai I

n_{11}	$= -0{,}045$ kg/cm^2
n_{12}	$= -2{,}34$ kg/cm^2
n'_{21}	$= -0{,}046$ kg/cm^2
n'_{22}	$= -3{,}90$ kg/cm^2
t_3	$= 0{,}467$ kg/cm^2

.....

Calculons au point M la contrainte N_3.

<u>Point M</u>. Passons dans le système centimètre/kg.

<u>Calcul de N_3</u> $N = 9.954.000$ Kgs

$\Omega = 3.369.000 \text{ cm}^2$

$M_y = 27.756.105$ kg/cm.

$U = 200$cm. de l'axe G_y

$I_y = 1.602.753.520.000 \text{ cm}^4$

d'où $$N_3 = -\frac{N}{\Omega} + \frac{27.756.105 \times 250}{1.602.753.520.000}$$

$$= -\frac{9.954.000}{3.369.000} + \frac{27.756.105 \times 200}{1.602.753.520.000}$$

$$- 2.65 + 0.34 = -\underline{2,31 \text{ kg/cm}^2}$$

Calcul de t_1 et t_2

Calcul de t . Il nous est donné par :

$$t = \frac{T\,M}{e\,I}$$

où M, le moment statique de la section =

$300 \times 310 \times 582 + 2\,(900 \times 400 \times 627) + 810 \times 500 \times 582 + 250 \times 310 \times 582 + 4\,(180 \times 250 \times 302) + 4\,\left(\frac{70 \times 250 \times 344}{2}\right) = 1.012.831.000$

$e = 15,90\text{m} = (ab + cd + ef)$

d'où $$t = \frac{6.058.000 \times 1.012.831.000}{1590 \times 1.602.753.520.000} = 2,75 \text{ Kgs}$$

Nous pouvons donc à présent poser pour le point M le système d'équations suivant :

$$\text{I} \quad \begin{cases} F\alpha = N_1\alpha + t_3\beta + t_2\gamma \\ F\beta = t_3\alpha + N_2\beta + t_1\gamma \\ F\gamma = t_2\alpha + t_1\beta + N_3\gamma \end{cases}$$

.....

$$\text{ou I'} \quad \begin{cases} (-F + N_1)\alpha + t_3\beta + t_2\gamma = 0 \\ t_3\alpha + (N_2 - F)\beta + t_1\gamma = 0 \\ t_2\alpha + t_1\beta + (N_3 - F)\gamma = 0 \end{cases}$$

Eliminons α, β, γ, et annulons le déterminant des inconnues:

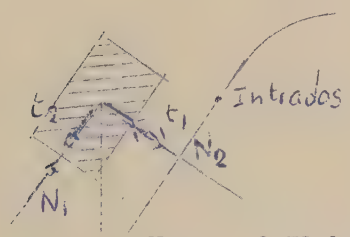
$$\text{II} \quad \begin{vmatrix} -F + N_1 & t_3 & t_2 \\ t_3 & N_2 - F & t_1 \\ t_2 & t_1 & N_3 - F \end{vmatrix} = 0$$

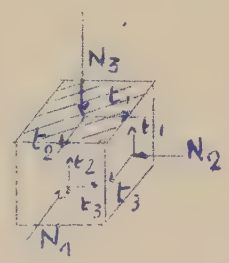
La résolution du déterminant nous donnera une équation du 3ème degré en F de la forme:

$$F^3 + AF^2 + B\,F + C = 0$$

dont les 3 racines a, b, c, seront les valeurs des 3 axes principaux de l'ellipsoïde des contraintes.

Les contraintes se présentent schématisées comme suit :





on a $N_3 = -\ 2{,}31\ \text{kg/cm}^2$

$N_1 = n_{12} + n'_{22} = -\ 6{,}24\ \text{kg/cm}^2$

$N_2 = n_{11} + n'_{21} = -\ 0{,}091\ \text{kg/cm}^2$

$t_3 = 0{,}467\ \text{kg/cm}^2$

$t_1 = 0{,}48$

$t_2 = 2{,}71$

Le trièdre de référence a été choisi direct.

.....

Remplaçons dans le système II, N_1, N_2, N_3, t_1, t_2, t_3, par leurs valeurs :

$$\begin{pmatrix} -F-6,24 & 0,467 & +2,71 \\ 0,467 & -F-0,091 & 0,48 \\ 2,71 & 0,48 & -F-2,31 \end{pmatrix} = 0$$

Développons :

$$(-F-6,24)\left[(F+0,091)(F+2,31)-0,\overline{48}^2\right]-0,467\left[0,467(-F-2,31)-0,48\times 2,71\right]$$

$$+\ 2,71\left[0,467\times 0,48+(F+0,091)\times 2,71\right]=0$$

soit: $F^3 + 8,64\,F^2 + 7,4\,F - 2,48 = 0$

on trouve une première racine $a = -7,630$

d'où $(F + 7,630)\ (F^2 + AF + B) = 0$

$$A = 1,015$$
$$B = -0,3$$

d'où $F^2 + 1,01\,F - 0,3 = 0$

2 racines $b = -\dfrac{1,01 + \sqrt{1,\overline{01}^2 + 1,2}}{2} = +0,24$

$$c = -\frac{1,01 - \sqrt{1,\overline{01}^2 + 1,2}}{2} = -1,25$$

a, b, c, sont les trois axes principaux de l'ellipsoïde des contraintes.

Remplaçons F par a, b, c, successivement, dans le groupe des équations I de l'élasticité, nous en tirerons pour chacune de ces valeurs, respectivement :

$$\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$$
$$\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$$
$$\alpha_3\ \beta_3\ \gamma_3$$

paramètres directeurs des axes a, b et c.

.....

<u>1ère racine a = - 7,63.</u>

$$\begin{cases} (7,63 - 6,24)\alpha + 0,467\,\beta + 2,71\,\gamma = 0 \\ 0,467\,\alpha + (7,63-0,091)\beta + 0,48\,\gamma = 0 \\ 2,71\,\alpha + 0,48\,\beta + (7,63-2,31)\,\gamma = 0 \end{cases}$$

Considérons les inconnues de la dernière équation et égalisons les rapports de ces inconnues aux déterminants mineurs qui leur correspondent.

$$\frac{\alpha}{0,467\text{x}0,48-2,71\,(7,63-0,091)} = \frac{-\beta}{(7,63-6,24)0,48-0,467\text{x}2,71} = \frac{\gamma}{(7,63-6,24)(7,63-0,091)-0,\overline{467}^2}$$

soit : $$\frac{\alpha}{-20,21} = \frac{-\beta}{-0,598} = \frac{\gamma}{10,262}$$

ou $\alpha = -1,969\,\gamma$
$\beta = +0,058\,\gamma$

En vertu de la relation $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$

on trouve: $$\begin{cases} \gamma = 0,452 \\ \beta = 0,026 \\ \alpha = -0,887 \end{cases}$$

$$a = -7,63 \begin{cases} \alpha_1 = -0,887 \\ \beta_1 = 0,026 \\ \gamma_1 = 0,452 \end{cases}$$

<u>2ème racine b = + 0,24.</u>

Nous obtenons :

$$\begin{cases} (-0,24-6,24)\alpha + 0,467\,\beta + 2,71\,\gamma = 0 \\ 0,467\,\alpha + (-0,24-0,091)\,\beta + 0,48\,\gamma = 0 \\ 2,71\,\alpha + 0,48\beta\ (-0,24-2,31)\,\gamma = 0 \end{cases}$$

.....

Ce système se résoud comme le précédent en posant :

$$\frac{\alpha}{0,467+0,48+2,71\ (0,24+0,091)} = \frac{\beta}{-0,48\ (0,24+6,24)-2,71\times 0,467}$$

$$\frac{\gamma}{(0,24+6,24)(0,24+0,091) - \overline{0,467}^2}$$

soit, après simplifications :

$$\frac{\alpha}{1,118} = \frac{\beta}{-4,376} = \frac{\gamma}{1,92}$$

$\alpha = 0,582\ \gamma$

$\beta = 2,279\ \gamma$

écrivons que: $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$

$\gamma = 0,381$

$\alpha = 0,222$

$\beta = 0,868$

$$b = +0,24 \begin{cases} \alpha_2 = 0,222 \\ \beta_2 = 0,868 \\ \gamma_2 = 0,381 \end{cases}$$

<u>3ème racine c = -1,25.</u>

$$\begin{array}{llll} (+1,25 - 6,24)\alpha & + 0,467\beta & + 2,71\ \gamma & = 0 \\ 0,467\ \alpha & +(1,25-0,091)\beta & + 0,48\ \gamma & = 0 \\ 2,71\ \alpha & + 0,48\ \beta & +(1,25-2,31)\ \gamma & = 0 \end{array}$$

Ecrivons les rapports:

$$\frac{\alpha}{0,467\times 0,48-2,71\ (1,25-0,091)} = \frac{-\beta}{(1,25-6,24)0,48\ -0,467\times 2,71} =$$

$$\frac{\gamma}{(1,25-6,24)(1,25-0,091)-\overline{0,467}^2}$$

$$\frac{\alpha}{-2,922} = \frac{\beta}{3,680} = \frac{\gamma}{-6,006}$$

.....

Ecrivons les valeurs de α, β en fonction de: γ

$$\alpha = 0{,}486\ \gamma$$

$$\beta = 0{,}612\ \gamma$$

d'où:

$$\gamma = 0{,}788$$

$$\alpha = 0{,}383$$

$$\beta = 0{,}482$$

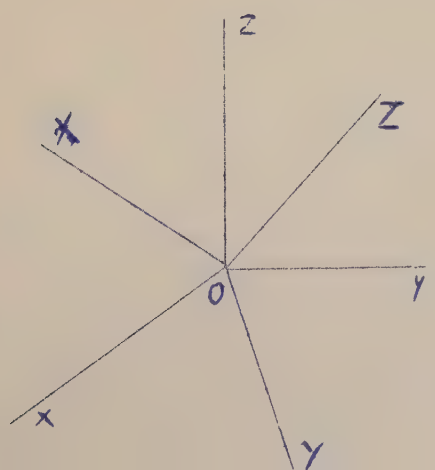
$$c = -1{,}25 \quad \begin{cases} \alpha_3 = 0{,}383 \\ \beta_3 = -0{,}482 \\ \gamma_3 = 0{,}788 \end{cases}$$

L'ellipsoïde des contraintes a pour axes principaux et pour paramètres directeurs :

$$a = -7{,}63 \quad \begin{cases} \alpha_1 = -0{,}887 \\ \beta_1 = 0{,}026 \\ \gamma_1 = 0{,}452 \end{cases}$$

$$b = +0{,}24 \quad \begin{cases} \alpha_2 = 0{,}222 \\ \beta_2 = 0{,}868 \\ \gamma_2 = 0{,}381 \end{cases}$$

$$c = -1{,}25 \quad \begin{cases} \alpha_3 = 0{,}383 \\ \beta_3 = -0{,}482 \\ \gamma_3 = 0{,}788 \end{cases}$$



Cherchons l'équation de cet ellipsoïde.

Appelons X, Y, Z, les axes sur lesquels sont portés les axes principaux.

Portons les vecteurs unitaires:

$\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$ sur OX, OY, OZ

.....

L'équation de l'ellipsoïde sera :

$$\frac{X^2}{7,\overline{63}^2} + \frac{Y^2}{0,\overline{24}^2} + \frac{Z^2}{1,\overline{25}^2} = 1$$

Portons les vecteurs unitaires $\vec{U'}_1$, $\vec{U'}_2$, $\vec{U'}_3$, suivant Ox, Oy, et Oz.

Si A, un point quelconque de l'ellipsoïde:

$$\vec{OA} = x\,\vec{U'}_1 + y\,\vec{U'}_2 + z\,\vec{U'}_3$$

$$\text{or } X = \vec{OA}\ \vec{U}_1$$
$$Y = \vec{OA}\ \vec{U}_2$$
$$Z = \vec{OA}\ \vec{U}_3$$

$$\text{d'où } X = x\,\vec{u'}_1\,\vec{u}_1 + y\,\vec{u}_2\,\vec{u}_1 + 3\,\vec{u}_3\,\vec{u}_1 = -0,887x + 0,026y + 0,452\,z$$

$$Y = x\,\vec{u'}_1\,\vec{u}_2 + y\,\vec{u'}_2\,\vec{u}_2 + z\,\vec{u'}_3\,\vec{u}_2 = 0,222x + 0,868\,y + 0,381\,z$$

$$Z = x\,\vec{u'}_1\,\vec{u}_3 + y\,\vec{u'}_2\,\vec{u}_3 + z\,\vec{u'}_3\,\vec{u}_3 = 0,383x - 0,482y + 0,788\,z$$

$$\frac{(-0,887x + 0,026y + 0,452z)^2}{7,\overline{63}^2} + \frac{(0,222\,x + 0,868y + 0,381\,z)^2}{0,\overline{24}^2}$$

$$+ \frac{(0,383\,x - 0,482\,y + 0,788\,z)^2}{1,\overline{25}^2} = 1$$

o

o o

DETERMINATION DE L'EFFORT NORMAL ET DE L'EFFORT TRANCHANT.

Prenons une origine 0 et portons les valeurs :

$$Oa = -7,63$$
$$Ob = +0,24$$
$$Oc = -1,25$$

Les cosinus directeurs d'une direction Δ choisie par rapport au trièdre des contraintes principales seront :

$$\alpha = \alpha_0 \alpha_1 + \beta_0 \beta_1 + \gamma_0 \gamma_1$$
$$\beta = \alpha_0 \alpha_2 + \beta_0 \beta_2 + \gamma_0 \gamma_2$$
$$\gamma = \alpha_0 \alpha_3 + \beta_0 \beta_3 + \gamma_0 \gamma_3$$

Choisissons pour Δ , direction normale à l'élément plan, l'horizontale perpendiculaire au parement amont :

$$\alpha_0 = \cos. 10° = 0,985$$
$$\beta_0 = \sin. 10° = 0,113$$
$$\gamma_0 = 0$$

d'où:

$$\alpha = \alpha_0 \alpha_1 + \beta_0 \beta_1 = 0,985(-0,887)+0,026x0,113= -0,870$$
$$\beta = \alpha_0 \alpha_2 + \beta_0 \beta_2 = 0,985x0,222+0,868x0,113 = +0,317$$
$$\gamma = \alpha_0 \alpha_3 + \beta_0 \beta_3 = 0,985x0,383-0,482x0,113 = +0,323$$

Calculons la puissance par rapport à 0_1.

Si (comme la théorie en fait état) nous ordonnons selon les valeurs décroissantes, les contraintes principales a, b et c, nous avons $P_{0_1} = \gamma^2(a-c)(b-c)$.

Mais nous remarquons que nous permutons b et c sans changer a, α_2, β_2, γ_2, permutent avec α_3, β_3, γ_3, et nous devons écrire:

.....

$$P_{0_1} = \beta^2 (a-b)(c-d)$$
$$= 0,317^2 (-7,63-0,24)(-1,25-0,24) > 0$$

$$P_{0_1} = 1,179$$

Calculons la puissance P_{0_2}

$$P_{0_2} = \alpha^2 (b-a)(c-a) > 0$$

On voit ici que les permutations de b en c et de c en b ne changent rien.

D'où:

$$P_{0_2} = 0,872^2 (+0,24+7,63)(-1,25+7,63) = 38$$

Nous obtiendrons l'extrémité du vecteur F par l'intersection des deux cercles C_1 et C_2, de rayons respectifs R'_1 et R'_2 tels que :

$$R'^2_1 = P_{0_1} + \frac{(b-a)^2}{4}$$

$$R'_1 = 3,37$$

$$R'^2_2 = P_{0_2} + \frac{(b-c)^2}{4}$$

$$R'_2 = 6,27$$

On voit, sur le graphique I, page 68

que l'effort normal est égal à ON = 6,12 Kg/cm^2

l'effort de cisaillement NT = 2,9 Kg/cm^2

o

o o

ISOSTATIQUE GG'.

Point A (v. plan A et plan B).

Ce point se trouve situé sur le plan divergent, dans la zone immédiate du raccordement du piédroit et du bajoyer: cette zone travaille.

Nous avions trouvé lors du premier essai :

$$n_{12} = -4{,}41 \text{ (compression)}$$

$$n_{11} = 0 \text{ (contour libre)}$$

Le deuxième essai nous donne n_{22} en posant n_{21} (contour libre) soit 1,15 frange, soit 129 x 1,15 = 148,35 Kgs (v. plan B)

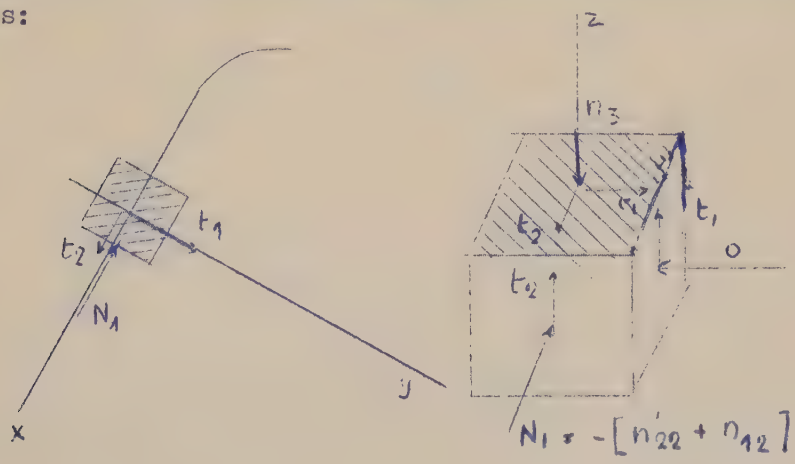
En appliquant la loi de similitude :

$$n_{22} = \frac{148{,}35 \times 4940}{200^2} = 18{,}3 \text{ Kgs}$$

Soit:

n_{22} = -18,3, d'après les conventions ci-dessus.
t_1 = 0,9 Kg
t_2 = 3,35
t_3 = 0
n_3 = - 3,08 Kgs

Nous avons la disposition schématique suivante des contraintes:



.....

Nous écrivons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (-F + n_1)\alpha + 0\beta + t_2\gamma = 0 \\ 0\alpha + (-F + n_2)\beta + t_1\gamma = 0 \\ t_2\alpha + t_1\beta + (-F + n_3)\gamma = 0 \end{cases}$$

Formons le déterminant des inconnues, et remplaçons les contraintes par leurs valeurs exposées ci-dessus :

$$\begin{vmatrix} (-F - 22,7) & 0 & 3,35 \\ 0 & -F & 0,9 \\ 3,35 & 0,9 & -F - 3,08 \end{vmatrix} = 0$$

soit, en développant :

$$-(F+22,7)\left[(-F)(-F-3,08) - 0,9^2\right] + 3,35\left[F \times 3,35\right] = 0$$

Soit:

$$F^3 + 25,78\,F^2 + 57,88\,F - 18,38 = 0$$

On trouve une première racine a = -23,27.

On obtiendra une deuxième racine en écrivant :

$$F^3 + 25,78\,F^2 + 57,887 - 18,38 = (F+23,27)\,(F^2 + AF + B) = 0$$

d'où, en identifiant :

$A + 23,27 = 25,78 \qquad A = 2,51$

$23,27\,A + B = 57,88 \qquad B = -0,52$

d'où:

$$F^2 + 2,51\,F - 0,52 = 0$$

deux racines réelles: b = + 0,19
c = - 2,7

Notons que pour la construction des cercles de MOHR, le fait que l'origine O tombe à l'intérieur des valeurs a, b et c, implique que le cône de glissement est réel.

.....

Cherchons les paramètres directeurs des axes principaux a, b et c.

<u>1ère racine a = -23,27.</u>

$$\begin{vmatrix} (23,27 - 22,7)\,\alpha & + & 0\,\beta & + 3,35\,\gamma \\ 0\,\alpha & + & 23,27\,\beta & + 0,9\,\gamma \\ 3,35\,\alpha & + & 0,9\,\beta & +(23,27-3,08)\,\gamma \end{vmatrix} = 0$$

Ecrivons, comme précédemment, les rapports des inconnues de la ligne du bas, aux déterminants mineurs qui leur correspondent :

$$\frac{\alpha}{-3,35 \times 23,27} = \frac{-\beta}{0,9\,(23,27-22,7)} = \frac{\gamma}{(23,27-22,7)\,23,27}$$

Soit :

$$\frac{\alpha}{-77,95} = \frac{-\beta}{0,513} = \frac{\gamma}{13,26}$$

$\alpha = -5,878\,\gamma$

$\beta = -0,038\,\gamma$

Ecrivons que $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$

$\gamma = 0,167$

$\alpha = -0,981$

$\beta = -0,006$

$$a = -23,27 \begin{cases} \alpha_1 = -0,981 \\ \beta_1 = -0,006 \\ \gamma_1 = 0,167 \end{cases}$$

<u>2ème racine b = + 0,19.</u>

$$\begin{array}{lllll} (-0,19 - 22,7)\,\alpha & + & 0\,\beta & + & 3,35\,\gamma & = 0 \\ 0\,\alpha & - & 0,19\,\beta & + & 0,9\,\gamma & = 0 \\ 3,35\,\alpha & + & 0,9\,\beta & (-0,19-3,08) & \gamma & = 0 \end{array}$$

$$\frac{\alpha}{3,35 \times 0,19} = \frac{-\beta}{-0,9(0,19+22,7)} = \frac{\gamma}{0,19(0,19+22,7)}$$

.....

$$\frac{\alpha}{0,636} = \frac{\beta}{20,60} = \frac{\gamma}{4,349}$$

$\alpha = 0,416\ \gamma$

$\beta = 0,4736\ \gamma$

d'où :

$\gamma = 0,206$

$\beta = 0,975$

$\alpha = 0,03$

2ème racine b= + 0,19 $\left(\begin{array}{l} \alpha_2 = 0,03 \\ \beta_2 = 0,975 \\ \gamma_2 = 0,206 \end{array}\right.$

<u>3ème racine c = -2,7.</u>

$$\begin{array}{lllll} (2,7-22,7)\alpha & + & 0\beta & + & 3,35\gamma & = 0 \\ 0\alpha & + & 2,7\beta & + & 0,9\gamma & = 0 \\ 3,35\alpha & + & 0,9\beta & + & (2,7-3,08)\gamma & = 0 \end{array}$$

$$\frac{\alpha}{-2,7\times 3,35} = \frac{-\beta}{(2,7-22,7)0,9} = \frac{\gamma}{(2,7-22,7)2,7}$$

$$\frac{-\alpha}{9,045} = \frac{+\beta}{18} = \frac{-\gamma}{54}$$

$\alpha = +\ 0,167\ \gamma$

$\beta = -\ 0,333\ \gamma$

$\gamma = 0,937$

$\alpha = 0,156$

$\beta = -\ 0,312$

c = - 2,7 $\left(\begin{array}{l} \alpha_3 = 0,156 \\ \beta_3 = 0,312 \\ \gamma_3 = +0,937 \end{array}\right.$

Calculons l'effort normal et l'effort de cisaillement pour une direction Δ :

.....

$\alpha_0 = 0,953$
$\beta_0 = 0,300$
$\gamma_0 = 0$

Les paramètres directeurs de la direction Δ par rapport aux axes de l'ellipsoïde des contraintes sont :

$$\alpha = \alpha_0 \alpha_1 + \beta_0 \beta_1 + \gamma_0 \gamma_1$$
$$\beta = \alpha_0 \alpha_2 + \beta_0 \beta_2 + \gamma_0 \gamma_2$$
$$\gamma = \alpha_0 \alpha_3 + \beta_0 \beta_3 + \gamma_0 \gamma_3$$

$$\alpha = 0,953 \times (-0,981) + 0,3 \times (-0,006) = -0,936$$
$$\beta = 0,953 \times 0,03 + 0,3\ (+0,975) = +0,321$$
$$\gamma = 0,953 \times 0,156 + 0,3\ (-0,312) = 0,055$$

Calculons la puissance par rapport à O_1.

On aura, si les racines sont dans l'ordre décroissant a, b et c:

$$P_{O_1} = \gamma^2 (a-c)(b-c)$$

en permutant b et c :

$$P_{O_1} = \beta^2 (a-b)(c-b)$$
$$= 0,321^2 \left[(-23,27-0,19)(-2,7-0,19) \right] = 6,98$$

Calculons la puissance P_{O_2} :

$$P_{O_2} = \alpha^2 (b-a)(c-a) > 0$$

d'où:

$$P_{O_2} = 0,936^2\ (0,19 + 23,2)\ (-2,7+23,27) = 422,73$$

Il correspond des rayons R'_1 et R'_2 tels que :

$$R'^2_1 = P_{O_1} + \frac{(c-a)^2}{4} = 6,98 + \frac{(-2,7+23,27)^2}{4} = 112,76$$

$R'_1 = 10,61$

$$R'^2_2 = P_{O_2} + \frac{(b-c)^2}{4} = 422,73 + \frac{(0,19+2,7)^2}{4} = 424,82$$

$R'_2 = 20,61.$

.....

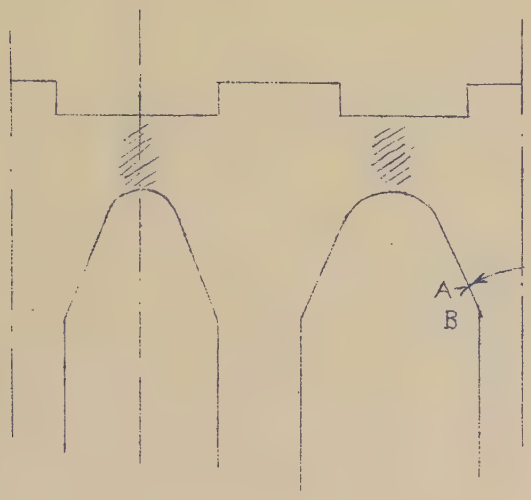
On voit sur le graphique 2, page 69

que l'effort normal est égal à ON = 20,5 Kg./cm^2
l'effort de cisaillement Nt = 5,24Kg./cm.

o
o o

CONCLUSION GENERALE

De cette étude sur la distribution des tensions dans l'espace à 3 dimensions dans les massifs de base d'un pertuis intermédiaire d'un barrage à contreforts, résulte l'évaluation des efforts normaux et tangentiels suivant une direction définie par ses paramètres directeurs (α_0 β_0 γ_0) repérés par rapport à un système de coordonnées liées au barrage.



Cette étude repose sur l'association de deux essais photoélastiques et d'un calcul dans lequel rentrent des éléments qui peuvent être déterminés par la Résistance des Matériaux.

Le premier essai rend compte de la distribution des efforts au niveau de l'encastrement.

Le deuxième essai fait entrer en jeu l'interaction du béton au-dessus du niveau de base.

Ces essais sont conformes à la réalité car les équations de BELTRAMI montrent que les contraintes sont indépendantes du module d'élasticité du matériau.

De l'examen du réseau d'isochromes, et de l'intégration graphique à laquelle on pourrait procéder, on déduit:

1°) qu'il n'y a pas d'efforts de traction le long du joint.

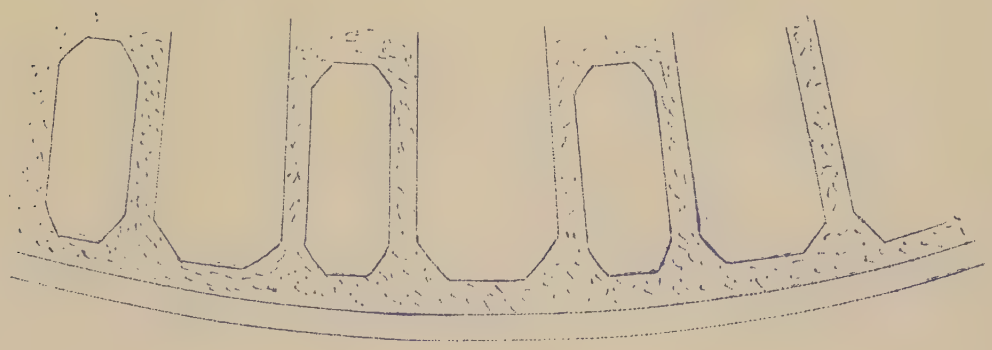
2°) Les voûtes ne travaillent pas et transmettent aux points de raccordement des bajoyers et des piédroits B, les efforts qui se concentrent à cet endroit.

Nous avons déterminé l'effort de compression en A, point relativement voisin du point B, et avons trouvé la valeur de 20 Kg/cm^2. En B, cette valeur serait notablement plus forte mais serait encore acceptable.

.....

Ces résultats sont favorables, et au surplus, la valeur de la contrainte maxima obtenue au point B pourrait être diminuée par la réalisation d'un raccordement curviligne du piédroit au bajoyer de la voûte.

Quelques structures du type récemment construit en Sardaigne, à BAU MUGGERIS, sur le FLUMENDOSA, sont en voie de réalisation. Ce sont des modèles du type poids évidé; ils offrent des garanties de stabilité très grandes et permettent une grande économie de volume.



Le croquis ci-dessus montre bien la faible épaisseur des voûtes, ce qui semble pleinement justifier le résultat obtenu. Signalons enfin que les projeteurs Suisses ménagent précisément dans l'axe des voûtes leurs joints de contraction.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

MACH	Ecoulement des matières plastiques, déformation et force de relâchement. J. Applied Phys.	Déc. 1946
GROSS	Sur le fluage et la relaxation. J. Applied Phys.	Fév. 1947
FABRE	Méthode d'étude comparée des Matériaux. Rapport technique n° 23.	1945
BAUD	A propos de l'imitation des efforts agissant sur les volumes dans les essais photo-élastiques SCHWEITZ BAUTZG.	1946
HAHN	Détermination des contraintes dans un massif de fondation rectangulaire soumis à des charges excentrées. Institut technique du bâtiment et des travaux publics.	1946
TACHE	Le calcul d'un tube cylindrique de révolution à épaisseur de paroi variable. Bulletin technique Suisse Romande.	1946
GLAGOLEV	Les tensions élastiques sur le fond d'un barrage. Compte rendu Académie des Sciences U.R.S.S. (Anglais)	1942
HINDS-CREAGER JUSTIN	Engineering for Dams.	1944
JERRARD	Réglage précis des coins d'un compensateur de BABINET. J. Scient. Instrum. G.B.	1949
FOPPL MONCH	Photoélasticité - l'effet de bord. W. RESTADEN Dieterisch'sch Verlagsbuch	1948
JESSOP & HARRIS	Principes et méthodes de la Photoélasticimétrie.	1949
LEBOITEUX	Photoélasticimétrie.	1940

.....

PIRARD	Photoélasticité	1947
KAMMERER	Photoélasticimétrie.	1947
KUSKE	Etude photoélastique d'états de tension dans un plan et dans l'espace à l'aide de la polarisation de la lumière dispersée.	1949
FISHER	Mesure de l'ordre des franges en photoélasticité; méthode de compensation de TARDY. Research.	1950
GUIDO OBERTI	Photoélasticité Révista gen. della elletrica	1948
SHILEY	Un polariscope pour l'analyse dynamique des contraintes. General Radio Experimenter.	1950
FROCHT	Elasticity and Photoelasticity	1950
KAMMERER	La Photoélasticité à trois dimensions. Annales des Ponts et Chaussées.	1950
DURELLI	Photoélasticité tridimensionnelle. Mach. design. U.S.A.	1950
WAKABAYASHI	Méthode photoélastique pour la détermination des tensions dans une masse pulvérulente. J. PHYS. SOC. JAP.	1950

o

o o

TABLE DES MATIERES

Pages

INTRODUCTION & BIBLIOGRAPHIE..... 1

Présentation de l'ouvrage..... 10

Programme d'études..... 12

Etude de la stabilité des piles centrales..... 12

Résistance aux effets de torsion de la partie amont des piles comportant un point de contraction..... 12

Etude de la répartition des contraintes au voisinage du radier dans les massifs de base d'un pertuis..... 14

Exposé du processus de l'essai n° 1..... 15

Exposé du processus de l'essai n° 2..... 16

Calcul de la déformation du contrefort à l'aval..... 17

Mode opératoire régissant le 1er essai..... 19

Relevé des mesures effectuées au cours du 1er essai.... 20

Intégration des équations conduisant à l'obtention séparée des tensions principales..... 25

Explication de la méthode de FILON & COKER..... 27

Mode opératoire régissant le 2ème essai..... 30

Résultats des mesures effectuées au cours du 2ème essai 32

Détermination des tensions principales..... 33

Calcul des contraintesdans le plan moyen de la tranche de base..... 34

Exposé et application du principe de superposition des efforts..... 35

Représentation plane du vecteur tension - Construction de MOHR..... 36

Détermination des valeurs de l'effort normal, de l'effort tranchant et du moment fléchissant pour la section des pertuis 3 et 4 situés à la cote (145.00)..... 38

Calcul des moments d'inertie principaux..... 39

Détermination des moments de renversement Mx et My..... 40

.....

Pages

Coefficient de similitude relatif au 1er essai..... 42

Coefficient de similitude relatif au 2ème essai..... 44

Application de la méthode..... 44

Détermination des paramètres directeurs des 3 axes principaux de l'ellipsoïde des tensions..... 49

Equations de l'ellipsoïde des tensions..... 52

Détermination de l'effort normal et de l'effort tranchant..... 53

Deuxième point où est effectuée la recherche du tenseur 55

Détermination des racines de l'équation élastique..... 56

Détermination des paramètres directeurs des 3 axes principaux de l'ellipsoïde des tensions..... 57

CONCLUSION GENERALE..... 61

PLAN I..... 63

PLAN II..... 64

PLAN III- Relevé des isoclines et construction des isostatiques du 1er essai..... 65

PLAN IV - Relevé des isoclines et construction des isostatiques du 2ème essai..... 66

PLAN V - Relevé des isochromes du 2ème essai..... 67

PLAN VI - Graphique établissant l'effort normal et l'effort tranchant cherchés..... 68

PLAN VII- " " " " 69

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE..... 70

o

o o

DEUXIEME THESE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

THEORIE GENERALE DES ARCS

Vu:

Les Membres du Jury :

MM. EYRAUD

MALECOT

PENNANEAC'H

MONFAGNON

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences :

R. DOUIN

Vu et accordé le permis d'imprimer :

Lyon, le 30 Octobre 1952

Le Recteur :

A. ALLIX